

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

МЕХАНИКА
МУАММОЛАРИ

O‘ZBEKISTON
JURNALI

1
2021

УЗБЕКСКИЙ
ЖУРНАЛ

ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ

Журнал под таким названием издается с января 1992 г.

Ташкент – 2021

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – докт. физ.-мат. наук, проф. К.С. СУЛТАНОВ
Заместители главного редактора: докт. физ.-мат. наук Р.А. АБИРОВ,
докт. физ.-мат. наук З.М. МАЛИКОВ, докт. техн. наук, проф. Д.М. МУХАМАДИЕВ
Ответственный секретарь – PhD. Н.А. НИШОНОВ

Члены редколлегии: докт. техн. наук, проф. А. АБДУСАТТАРОВ,
докт. физ.-мат. наук, проф. Р.А. АБДИКАРИМОВ, докт. техн. наук, проф. Ш.П. АЛИМУХАМЕДОВ,
докт. физ.-мат. наук, проф. А.Б. АХМЕДОВ, докт. техн. наук, проф. Г.А. БАХАДИРОВ,
докт. техн. наук С.И. ИСМОИЛОВА, докт. физ.-мат. наук, проф. Н.А. КОРШУНОВА,
докт. техн. наук, проф. А.Е.ЛУГАЧЕВ, докт. техн. наук, проф. Р.К. МАМАЖОНОВ,
докт. физ.-мат. наук, проф. Б.М. МАРДОНОВ, докт. техн. наук, проф., академик М. МИРСАИДОВ,
докт. техн. наук, проф. Р.М.МУРОДОВ, докт. техн. наук, проф. А.А. РИЗАЕВ,
канд. техн. наук Х.С. САГДИЕВ, канд. физ.-мат. наук Ш.М. ТОХИРОВ,
докт. техн. наук, проф. М. ТОШБОЛТАЕВ, докт. техн. наук, проф. А.Т. ТУХТАКУЗИЕВ,
докт. техн. наук, проф. А.З. ХАСАНОВ, докт. техн. наук, проф. И.К. ХУЖАЕВ,
докт. физ.-мат. наук, проф. Б.Х. ХУЖАЁРОВ, PhD. А.С. ЮВМИТОВ,
докт. техн. наук, проф. Ш.С.ЮЛДАШЕВ

Адрес редакции:

100125, Ташкент, Академгородок, Дурмон йули, 33.
Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз

Телефон: + 99871 262-78-34

Факс: +99871 262-71-52

E-mail: instmechofficial@gmail.com

Журнал зарегистрирован Агентством по печати и информации Республики Узбекистан 22.12.2006 г.
Регистрационный номер 0050.

Номер одобрен на заседании редакционной коллегии журнала 31.05.2021

Сдано в набор 15.05.2021. Подписано в печать 1.06.2021.

Формат 60×84¹/₈. Гарнитура Times New Roman. Ризография.

Усл.-печ. л. 13.02. Уч.-изд. л. 8.75. Тираж 150. Заказ № 654.

Цена договорная.

Отпечатано в Минитипографии АН РУз:
100047, г. Ташкент, ул. акад. Я. Гулямова, 70.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТЕОРИИ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Султанов К.С.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: sultanov.karim@mail.ru

Аннотация. На основе анализа существующих теорий сейсмостойкости определены продольные сейсмические напряжения в подземных трубопроводах по упрощенной динамической и волновой теориям. Показаны преимущества и недостатки рассмотренных теорий сейсмостойкости по результатам расчетов. Проанализированы законы продольного взаимодействия подземного трубопровода с грунтовой средой, необходимые при определении сейсмических напряжений по динамической и волновой теориям. Доказано единство закона взаимодействия (трения) кинематического типа, где сила взаимодействия зависит от перемещения трубы относительно грунта, и закона трения Кулона. Отмечено, что игнорирование единства этих законов приводит к значительным ошибкам в значениях продольных сейсмических напряжений.

Ключевые слова: подземные трубопроводы; грунтовая среда; законы взаимодействия; теории сейсмостойкости; волновая теория.

1. Состояние вопроса

В мире подземные трубопроводы, которые транспортируют нефть, газ, нефтепродукты, воду и другие жидкие и газообразные продукты, являются очень важными инженерными коммуникациями жизнеобеспечения населения [1–3]. Часть этих подземных коммуникаций строится и эксплуатируется в сейсмоопасных регионах [2–5]. Данное обстоятельство требует надежного обеспечения сейсмической безопасности этих подземных трубопроводов [1–3].

Сейсмической безопасностью или сейсмостойкостью (прочность при сейсмических воздействиях) подземных трубопроводов интенсивно начали заниматься с 50-х годов прошлого столетия [4–11]. Такими видными учеными, как Sh. Okamoto, Ш.Г. Напетваридзе, П.П. Бородавкин, Э.М. Ясин, А.Б. Айнбиндер, Т.П. Рашидов, Т.Д. O'Rourke, М.Д. O'Rourke, были созданы теории сейсмостойкости подземных трубопроводов на основе материалов, собранных в результате обследования последствий разрушительных землетрясений [1–11], лабораторных и натуральных экспериментальных исследований и вытекающих из них фактов и гипотез [1–12]. Суть этих гипотез заключается в следующем:

- при сильных землетрясениях система подземных трубопроводов разрушается; причем эти разрушения по характеру очень разные: наблюдаются разрушения самого трубопровода, стыковых соединений, выпучивание трубопровода из грунта и т.п.; наблюдается отрыв грунта от трубопровода на поверхностях их контакта [4, 5];

- сейсмические силы на подземные трубопроводы передаются через грунт, поэтому значения сейсмических сил, действующих на трубопровод, непосредственно зависят от физико-механических и деформационных свойств грунтовой среды, окружающей подземный трубопровод [4, 5, 12];

- сейсмические силы при землетрясениях передаются на подземные трубопроводы посредством деформирования грунта: грунт деформируется под действием сейсмической волны и заставляет деформироваться и подземные трубопроводы [12];

- при сильных землетрясениях амплитуды абсолютных смещений частиц грунта достигают до 0.1–0.4 м с периодом колебаний $T=0.05–20$ с. При таких колебаниях грунтового массива совместно с подземным трубопроводом образуется разница между колебательными движениями грунта и трубопровода по амплитуде и по фазе колебаний по смещениям; возникает смещение трубопровода относительно грунта [4–12];

- при малых значениях относительных смещений, не превышающих критического значения u^* , остается упругая связь между частицами грунта и внешней поверхностью

трубопровода, контактирующей с грунтом. В случаях, когда значения относительного смещения превышают u^* , происходит разрыв упругой связи грунта с трубопроводом [12–14];

- после строительства, в силу адгезионных явлений, между подземным трубопроводом и грунтом на поверхностях их контакта происходит относительное сдвиговое смещение в слое грунта толщиной δ_g , которое называется контактными слоем грунта [12,15];

- при развитии значение относительного смещения больше, чем u^* , контактный слой грунта претерпевает значительные сдвиговые деформации и может разрушаться, а грунт за контактными слоями может оставаться неразрушенным; при деформировании и разрушении контактного слоя грунта под действием сдвиговых напряжений ее предельное значение определяется из закона Кулона [12,15];

- процессы образования относительных смещений u на контактном слое, при его упругом, упругопластическом деформировании ($u < u^*$) и при его разрушении ($u \geq u^*$) являются двумя стадиями одного процесса – процесса деформирования контактного слоя грунта до и после разрушения [16,17].

Существующие теории сейсмостойкости подземных трубопроводов [1, 4–11] частично учитывают эти факторы, выявленные многочисленными авторами на основе анализа последствий сильных землетрясений и соответствующих экспериментальных исследований взаимодействия подземного трубопровода с грунтом при статических и динамических нагрузках [4–11].

Проблема определения или оценки сейсмостойкости подземных трубопроводов сводится так или иначе к определению напряжений в теле трубы различными методами [1, 4–11]. Напряженное состояние подземной трубы при действии сейсмических сил достаточно сложное [4–11]. В целях упрощения они разделяются на продольные напряжения (вдоль оси трубопровода), поперечные (перпендикулярно оси трубопровода), изгибные, радиальные, кольцевые и т.д. [4–11]. Авторами [1, 8–11] отмечено, что наиболее опасными из них являются продольные напряжения.

Известно также, что напряженное состояние подземного трубопровода при сейсмических воздействиях возникает в результате его взаимодействия с окружающей грунтовой средой [1,4–11]. Поэтому взаимодействие подземного трубопровода с грунтом также разделяют, в основном, на продольное и поперечное. В каждом из видов взаимодействия могут быть обнаружены вышеперечисленные факторы при сильных землетрясениях.

Продольное взаимодействие подземного трубопровода с грунтом является более простым с механической точки зрения, и оно более подробно изучено. Поперечное взаимодействие подземного трубопровода с грунтом более сложное и оно еще мало исследовано. При поперечном взаимодействии трубопровода с грунтом трубопроводы, имеющие круглое сечение, не однозначно взаимодействуют с грунтом. При движении круглого сечения в грунте на фронтальной стороне образуется большее давление, чем на задней стороне сечения. Боковые поверхности этого сечения еще более сложным образом взаимодействуют с грунтом. При этом, каким образом, по каким законам взаимодействует каждая точка внешней поверхности трубопровода с грунтом не изучено.

В расчетах на сейсмостойкость подземных трубопроводов обычно принимаются максимально упрощенные схемы, которые иногда очень далеки от реального положения.

2. Существующие теории сейсмостойкости подземных трубопроводов и их анализ

В случаях определения продольных напряжений в подземном трубопроводе используются следующие технические теории:

1. Упрощенная теория, которая основывается на гипотезе о равенстве продольных деформаций грунта и трубопровода при продольном воздействии сейсмических нагрузок [8]. В этой теории определяется деформация грунта, которая считается упругим полупро-

странством, при распространении в нем плоской сейсмической волны, фронт которой перпендикулярен к оси трубопровода. Деформация грунта определяется без учета трубопровода, т.е. считается, что подземный трубопровод не влияет на формирование деформации грунта.

В этом случае деформация грунта равна

$$\varepsilon_g = v_g / C_g, \quad (1)$$

где ε_g – продольная по оси трубопровода деформация грунта; v_g – скорость частиц грунта в продольном направлении; C_g – скорость распространения продольных волн в грунте.

Далее деформация трубопровода ε_c принимается равной деформации грунта

$$\varepsilon_c = \varepsilon_g. \quad (2)$$

При известном значении деформации трубопровода ε_c продольное напряжение трубопровода определяется из закона Гука, считая трубопровод упругим,

$$\sigma_c = \varepsilon_c E_c, \quad (3)$$

где E_c – модуль упругости материала трубопровода.

По значению продольного напряжения в материале трубопровода оценивается сейсмическая прочность трубопровода.

Здесь необходимо отметить, что упрощенная теория легла в основу нормативных методов расчета на сейсмостойкость подземных магистральных и не только магистральных трубопроводов в странах СНГ. В этих нормативных методах уравнение (3) используется с внесенным в нем множеством поправочных коэффициентов и заменой параметров для удобства при его использовании в инженерных расчетах.

Однако гипотеза (2), лежащая в основе упрощенной теории, является неправдоподобной. С другой стороны, этот метод максимально удобен для определения продольного напряжения трубопровода. Это был первый, начальный этап развития теории сейсмостойкости подземных трубопроводов.

2. Второй этап развития теории сейсмостойкости подземных трубопроводов в середине прошлого века привел ряд авторов практически одновременно к созданию динамической теории сейсмостойкости подземных трубопроводов [4–11]. Основой данной теории являются силы взаимодействия трубопровода с грунтом, которые возникают из-за разности деформаций грунта и трубопровода [1, 4–7, 9–11]. В динамической теории гипотеза (2) считается несправедливой. Здесь сейсмическая нагрузка на подземный трубопровод действует через грунт и определяется соотношением в случае продольного взаимодействия трубопровода с грунтом по соотношению

$$\tau = K_x u, \quad (4)$$

где τ – касательное напряжение, возникающее на поверхности контакта трубопровода с грунтом, МПа; K_x – коэффициент продольного взаимодействия или коэффициент жесткости связи частиц грунта с внешней поверхностью трубопровода, МПа/м; $u = u_g - u_c$ – относительное смещение, м; u_g – абсолютное продольное смещение грунта в направлении оси трубопровода, м; u_c – абсолютное продольное смещение трубопровода, м.

Соотношение (4), называемое авторами [1–11] условием или законом взаимодействия, выводится из закона Гука для сдвиговых деформаций и напряжений [15]. Поэтому уравнение (4) некоторыми авторами называется законом взаимодействия Гуковского типа [13].

Далее с учетом (4) или его более усложненных варианты [4] составляются дифференциальные уравнения продольного движения трубопровода в одномерной, двумерной и трехмерной постановках. Полученные уравнения движения решаются с соответствующими замыкающими уравнениями деформирования материала трубопровода и уравнениями механики сплошной среды с определенными граничными и начальными условиями тем или иным методом.

В динамической теории в большинстве случаев задачи сейсмостойкости приводятся к стационарным задачам теории колебаний. Это обусловлено стремлением к получению простых инженерных решений задач сейсмостойкости подземных трубопроводов. Аналогичным образом рассматриваются задачи поперечных, изгибных, крутильных колебаний подземных трубопроводов при воздействии сейсмических нагрузок. Главным отличием задач динамической теории сейсмостойкости подземных трубопроводов от задач обычной теории колебаний является присутствие в уравнении движения силы взаимодействия типа (4). Поэтому достоверность полученных результатов по динамической теории полностью определяется достоверностью закона взаимодействия (4) или аналогичных более сложных законов. В целом динамическая теория была и есть существенным достижением в развитии теории сейсмостойкости подземных трубопроводов.

В динамической теории все свойства грунта учитываются через коэффициент взаимодействия K_x . Как показано в [12,15], $K_x = G/h$, где G – модуль сдвига грунта; h – толщина контактного слоя грунта на внешней поверхности трубопровода. Однако в этом случае имеются некоторые особенности, заключающиеся в зависимости коэффициента взаимодействия K_x от давления или нормального к внешней поверхности напряжения, возникающего от статического (глубина заложения трубопровода) давления грунта и динамического (сейсмического) воздействия. Динамическая теория не учитывает динамической составляющей нормального напряжения и существования пикового, а также предельного значения силы взаимодействия τ . Эти обстоятельства, как будет показано далее, приводят к существенным неточностям.

3. Волновая теория сейсмостойкости подземных трубопроводов, разработанная в [12], устраняет вышеперечисленные недостатки динамической теории. Особенности волновой теории и ее отличия от динамической теории проявляются в законах взаимодействия подземного трубопровода с грунтом.

3. Законы взаимодействия

Рассмотрим законы продольного взаимодействия. Сейсмическая нагрузка, действующая на подземный трубопровод вдоль протяженного трубопровода, в динамической теории считается известной, принимается в виде функции $u_g(x,t)$ и входит в уравнение (4). Так как длина сейсмической продольной волны может быть значительной (от сотни метров до километра), в большинстве случаев рассматривается смещение грунта, зависящее только от времени t , а от пространственной координаты x не зависящим в виде функции [4, 5, 11]

$$u_g = u_m \sin \omega t \text{ или } u_g = u_m \cos \omega t ,$$

где u_m – амплитуда продольного перемещения грунта; ω – частота колебания сейсмической волны.

Значение u_m определяется в соответствии с сейсмическими данными инструментальных записей колебания грунта при различных землетрясениях. В зависимости от силы землетрясений и типов грунтов его значение доходит до 0.1–0.4 м. При известном $u_g(x,t)$ обычно из одномерных уравнений колебания трубопровода определяются перемещение сечений трубопровода u_c , далее соответственно продольные деформации и напряжения вдоль трубы.

В такой постановке проблемы, при определении продольных сейсмических напряжений в подземном трубопроводе, при продольных сейсмических нагрузках, значение напряжения зависит от двух параметров: перемещения грунта и механических свойств грунта. Последний параметр учитывается через коэффициент K_x в (4). Значение K_x определяется экспериментально из результатов соответствующих опытов [4, 5, 9–11].

Согласно (4), коэффициент K_x имеет размерность МПа/м и по существу физически означает жесткость связи между частицами грунта и внешней контактирующей с грунтом поверхности трубопровода. Эта жесткая связь имеет место в продольном, поперечном и т.д. направлениях.

Необходимо отметить, что для закона или модели (4) строго существует область применения [12–17]. Уравнение (4) справедливо до значения относительного смещения $u=u^*$, при котором частица грунта отрывается от внешней поверхности трубопровода, связь между частицами грунта и внешней поверхности контакта трубопровода перестает иметь место. Далее для описания процесса взаимодействия грунта с трубопроводом необходим другой закон. Как показано в [12–17], процесс взаимодействия за пределами u^* описывается законом Кулона.

На самом деле фактически из-за адгезионных процессов между грунтом и внешней поверхностью трубопровода [1] взаимодействие происходит между частицами, «прилипающими» к трубопроводу грунта, и другими частицами этого самого грунта. Поэтому при продольном взаимодействии трубопровода с грунтом фактически происходит сдвиг и срез грунта около внешней поверхности трубопровода, на некотором слое грунта. Существование такого слоя грунта в экспериментах трудно установить [12]. В [15] существование контактного слоя грунта при сдвиговом взаимодействии твердого тела с грунтом обосновано теоретически и показано, что при незначительных нормальных к внешней поверхности тела напряжениях σ_N толщина контактного слоя колеблется около 0.01 м. В [12,15] также показано, что процесс формирования силы взаимодействия τ происходит в данном контактном слое сначала пропорционально значению относительного смещения u , затем после достижения $u=u^*$ – по закону Кулона. Здесь также показано, что процесс сдвигового деформирования контактного слоя грунта происходит особо обособленно. При сдвиговом взаимодействии твердого тела с грунтом контактный слой может дойти до разрушения, а грунт за контактным остается не разрушенным. Это означает, что деформирование контактного слоя происходит не по упругим законам, а грунтовая среда в целом может оставаться при землетрясениях упругой или вязкоупругой. Результаты обследования последствий сильных землетрясений на подземных трубопроводах показывают существование твердого, адгезионно прилипшего тонкого слоя грунта на внешней поверхности трубопровода [1–5]. Они также косвенно подтверждают существование контактного слоя грунта и вышеуказанной гипотезы.

В [15] показано, что, когда уравнение состояния (закон деформирования) грунта учитывает процесс разрушения грунта при деформировании, на непосредственной контактной границе грунтовой среды с твердым телом вполне применимо классическое граничное условие полного прилипания, т.е. условие $u=0$.

В такой постановке силы взаимодействия формируются в процессе деформирования грунта вокруг трубопровода в соответствии с принятым уравнением состояния грунта. В этом случае закон деформирования грунта должен быть адекватен процессу деформирования и разрушения контактного слоя грунта [15]. Однако в этом случае необходимо совместное рассмотрение процесса деформирования и грунтовой среды, и подземного трубопровода. Это приводит к сложным связанным волновым задачам для двух сред. При действии сейсмических волн, даже для простейших одномерных волновых задач, решение теоретической задачи достаточно трудоемкое и может быть получено только с применением численных методов [12–17].

Это обстоятельство требует поиска более простых методов определения напряжений в подземном трубопроводе при сейсмических воздействиях. Однако растущие экономические и экологические требования к подземным трубопроводам как транспортирующим средствам различных жидких и газообразных веществ, которые иногда являются высокотоксичными [1-3], ставят перед исследователями проблему более достоверного и точного определения и прогноза возникающих в них напряжений при землетрясениях.

Экспериментальное определение сейсмических напряжений в подземных трубопроводах требует больших затрат и очень трудоемко. Поэтому более целесообразны теоретические методы определения напряжений при сейсмических воздействиях в подземных трубопроводах. Однако этот вариант, как показано выше, требует более точного и достоверного знания, в первую очередь закона взаимодействия подземного трубопровода с грунтом. Чем достовернее этот закон, тем точнее значение напряжений в подземных тру-

бopоводах при сейсмических воздействиях. Здесь рассматривается закон продольного взаимодействия трубопровода с грунтом.

Согласно результатам экспериментов и наблюдений [4–12], схематически зависимость $\tau(u)$ можно представить как показано на рис. 1. В обширных статических и динамических экспериментах по взаимодействию подземных трубопроводов с окружающим грунтом и фрагментов внешней поверхности крупномасштабных подземных сооружений с грунтом выявлена, главным образом, зависимость силы взаимодействия (касательного напряжения) от значения относительного смещения, нормального к внешней поверхности подземного трубопровода давления. И еще установлены в опытах проявления пикового значения касательного напряжения при взаимодействии подземного трубопровода с окружающим грунтом ненарушенной структуры. Если учитывать, что практически все трубопроводы находятся в консолидированных грунтах после их строительства, т.е. в грунтах не нарушенной структуры, последний фактор также приобретает существенное значение. С учетом этих трех факторов зависимости касательного напряжения от значений относительного смещения, нормального напряжения и проявления его пикового значения, изменения силы взаимодействия приведены на рис.1. Отметим, что последние два фактора не учитываются в динамической теории.

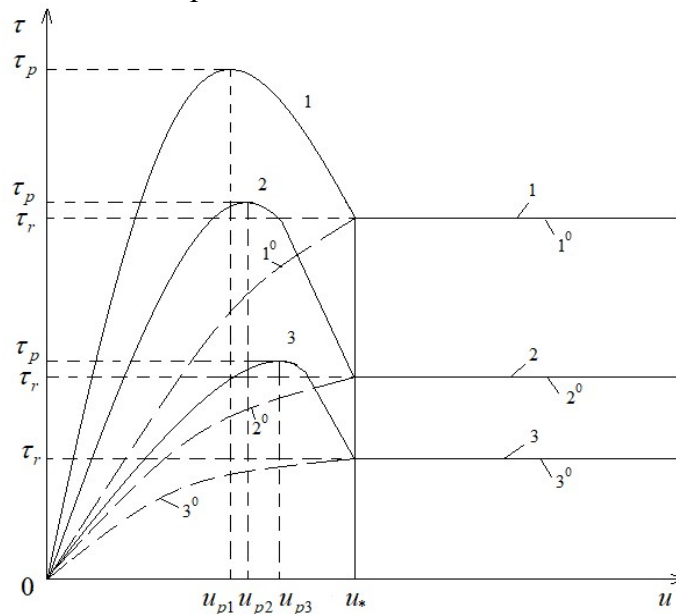


Рис. 1. Схематические зависимости $\tau(u)$ при различных нормальных напряжениях и с учетом проявления пикового значения τ

Результаты экспериментов по продольному взаимодействию трубопроводов с грунтом и сдвиговому взаимодействию твердых тел с грунтом, обзор которых приведен в [12], показывают, что процесс взаимодействия трубопровода с грунтом нарушенной и ненарушенной структур существенно отличается. Грунт, структурно разрушенный при строительстве трубопроводных коммуникаций и сооружений, со временем консолидируется и образует вокруг трубопровода новую связанную структуру. При взаимодействии трубопровода с этим грунтом процесс взаимодействия происходит по сложным кривым 1–3 (см. рис.1). Кривые 1–3 относятся к различным значениям нормальной к внешней поверхности напряжения σ_N . Для кривых 1–3, соответственно $\sigma_{N1} < \sigma_{N2} < \sigma_{N3}$, которые обсуждаются далее.

Как видно из рис.1, зависимости $\tau(u)$ в диапазоне относительных смещений $0 \leq u \leq u_*$, для нарушенных (кривые 1°–3°) и ненарушенных структур грунтов (кривые 1–3) отличаются качественно и количественно. Как отмечалось, в процессе взаимодействия трубопровода с грунтом образуется контактный слой грунта и структурное разрушение грунта происходит именно только в этом контактном слое. При взаимодействии с грунтом, когда контактный слой не нарушен структурно, в зависимостях $\tau(u)$ проявляется пиковое значение силы взаимодействия τ , а когда контактный слой грунта структурно разрушен на этом

участке, пиковое значение τ_p не проявляется (кривые $1^\circ-3^\circ$). На этом участке $0 \leq u \leq u^*$, изменения $\tau(u)$ в обоих случаях криволинейные. Это связано с микроразрушением структуры грунта в контактном слое в случае неразрушенного грунта и переукладкой частиц грунта в случае разрушенного грунта.

В случае консолидированного грунта значение τ с увеличением значения относительного смещения растет до τ_p , достигаемого при $u = u_p$. На этом участке $0 \leq u \leq u_p$, структура грунта претерпевает микроразрушения. После достижения τ_p значение касательного напряжения интенсивно падает до значения τ_r при $u = u^*$ и остается постоянным. На участке $u_p \leq u \leq u^*$ кривой $\tau(u)$ происходит интенсивное разрушение контактного слоя грунта. Соответственно значения касательного напряжения интенсивно падают. После полного разрушения структуры грунта, значение τ остается постоянным и равным $\tau = \tau_r$. На участке $u > u^*$, очевидно, выполняется закон трения Кулона. Здесь значение τ определяется из соотношения

$$\tau = c + f \sigma_N, \quad (5)$$

где c – сила сцепления между частицами грунта; f – коэффициент трения между частицами грунта; σ_N – нормальное к поверхности контакта напряжение, как отмечалось ранее.

Отметим, что в уравнении (5) коэффициент трения f берется именно между частицами самих грунтов, а не между частицами грунта и внешней поверхностью трубопровода. Это справедливо в случаях, когда частицы грунта адгезировались к внешней поверхности трубопровода и образовались прочные связи между ними. В случаях, когда этого еще не происходило, т.е. когда частицы грунта еще не успели адгезироваться к поверхности трубы и грунт еще после строительства трубопровода не консолидировался, процесс взаимодействия $\tau(u)$ происходит по кривым $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ$. В этом случае пиковое значение касательного напряжения τ_p не проявляется и с увеличением значения относительного смещения u значение τ увеличивается до значения $\tau = \tau_r$ и остается постоянным. Отметим, что после разрушения контактного слоя грунта повторные процессы взаимодействия трубопровода с грунтом также происходят по кривым $1^\circ, 2^\circ$ или 3° .

Продольное взаимодействие подземного трубопровода с грунтом происходит в двух направлениях, условно в прямом и обратном движениях. На диаграмме $\tau(u)$, из ее любой точки может начинаться обратное движение трубопровода относительно грунта в зависимости от изменения сейсмической нагрузки. В зависимости от степени разрушения контактного слоя обратное и повторное прямое движение трубопровода относительно грунта происходит сложнейшим образом [17]. Это также следует из результатов экспериментальных исследований взаимодействия подземных трубопроводов с грунтом и исследования последствий сильных землетрясений на подземных инженерных коммуникациях [4,5].

Кроме того, экспериментальными исследованиями установлено, что значение пикового касательного напряжения (силы взаимодействия) τ_p существенно зависит от скорости взаимодействия du/dt . В зависимости от значения скорости взаимодействия и прочности структурных связей между частицами грунта значение τ_p может быть почти в два раза больше, чем Кулоновское значение τ_r . Опыты также показывают, что значения u^* не зависят от скорости взаимодействия [12].

На диаграмме $\tau(u)$ (рис.1), на участке $u > u^*$, согласно закону Кулона (5), значения силы взаимодействия τ однозначно зависят от нормального напряжения σ_N . Этот участок является предельной стадией взаимодействия трубопровода с грунтом. Ему предшествует допредельная стадия на участке $0 \leq u \leq u^*$. Эти две стадии взаимодействия являются двумя стадиями одного и того же процесса взаимодействия. Отсюда следует, что в допредельном участке $0 \leq u \leq u^*$ также сила взаимодействия должна зависеть от значения σ_N и уравнение (4) принимает вид

$$\tau = K_x(\sigma_N)u. \quad (6)$$

Игнорирование σ_N в допредельной стадии взаимодействия, как это делается в динамической теории, – совершенно не точное описание процесса взаимодействия подземного трубопровода с грунтом при сейсмических воздействиях.

Экспериментальными исследованиями установлены зависимости силы взаимодействия τ от глубины заложения подземного трубопровода [4, 5, 11]. Глубина заложения – это есть $\sigma_N = \sigma_N^S$, т.е. статическое нормальное к внешней поверхности трубопровода давление (напряжение). Однако известно, что при распространении сейсмической волны, даже в случаях, когда фронт волны перпендикулярен к оси трубопровода, возникает динамическое нормальное напряжение $\sigma_N = \sigma_N^D$, которое сопоставимо с σ_N^S , а иногда оно может быть больше, чем σ_N^S . Следовательно, при взаимодействии сейсмической произвольной волны с подземным трубопроводом имеет место соотношение

$$\sigma_N = \sigma_N^S + \sigma_N^D, \quad (7)$$

где σ_N^S определяется глубиной заложения трубопровода в грунте, а σ_N^D определяется как давление сейсмической волны.

При распространении продольной сейсмической волны параллельно к оси трубопровода нормальное напряжение σ_N^D приблизительно определяется по формуле

$$\sigma_N^D = K_\sigma \sigma_g, \quad (8)$$

где K_σ – коэффициент бокового давления грунта; σ_g – продольное сейсмическое напряжение в грунте при распространении продольных волн.

В случае сильных землетрясений в лёссовых грунтах ориентировочно значения продольного напряжения в грунте $\sigma_p^{\max} = 0.5$ МПа [8]. Тогда при $K_\sigma = 0.3$ получим $\sigma_N^{D\max} = 0.15$ МПа, согласно (8), что соответствует существенно большей глубине заложения трубопровода ($H=7.5$ м). Следовательно, значение $\sigma_N^{D\max}$ может даже превышать величину σ_N^S . Это указывает на то, что расчеты на сейсмостойкость подземных трубопроводов по динамической теории без учета σ_N^D весьма приближительны.

При решении задач сейсмостойкости подземных трубопроводов по динамической теории в законе взаимодействия (4) или подобных законах значение коэффициента K_x считается постоянным. На самом деле, как отмечалось, он должен быть переменным в виде (6) с учетом соотношений (7) и (8).

Закон взаимодействия в виде (6) является простейшим. В случае учета скорости взаимодействия du/dt этот закон еще осложняется. Законы взаимодействия с учетом du/dt и их параметрический анализ, преимущества и недостатки рассмотрены в [12, 13].

Необходимо отметить, что в случаях, когда между частицами грунта на контактном слое упругие или вязкоупругие связи не нарушены и значения относительного смещения намного меньше, чем значение u^* , закон взаимодействия действительно можно принять в виде (6). Отметим, что значение u^* в зависимости от типов грунтов колеблется от 0.003 до 0.007 м [12,13].

Значение относительного смещения, при котором достигается пиковое значение τ , приблизительно можно принять равным $u_p = 0.5u^*$. Тогда получим $u_p = 0.0015 \div 0.0035$ м. При значениях относительного смещения $u \leq u_p$ силу взаимодействия при прямом и обратном движениях трубопровода относительно грунта можно описать уравнением (6). Как только значение u превышает u_p , т.е. при $u > u_p$, при обратном движении необходимо принимать другой закон взаимодействия, учитывающий степень разрушенности структуры грунта в контактном слое. После полного разрушения структуры контактного слоя грунта сила взаимодействия превращается в силу трения Кулона. В этом случае знак силы трения на внешней контактирующей с грунтом поверхности подземного трубопровода определяется с учетом скорости взаимодействия du/dt по закону

$$\tau = \chi K_x (\sigma_N) u, \quad (9)$$

где $\chi = \text{sgn}(v)$; v – скорость относительного смещения, определяемая соотношением

$$v = v_g - v_c = \frac{du_g}{dt} - \frac{du_c}{dt}. \quad (10)$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} \chi &= +1 \text{ при } v > 0 \\ \chi &= -1 \text{ при } v < 0 \\ \chi &= 0 \text{ при } v = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Согласно (11), когда деформация грунта вокруг трубопровода больше, чем деформация самого подземного трубопровода ($\varepsilon_g > \varepsilon_c$), сила взаимодействия τ является активной, вовлекающей в движение силой. В случае $\varepsilon_g < \varepsilon_c$ сила взаимодействия является пассивной сопротивляющейся силой трения. Это обстоятельство имеет очень важное, ключевое значение при решении задач сейсмостойкости подземных трубопроводов. В зависимости от свойства силы взаимодействия (активной или пассивной) по-разному формируется напряженное состояние подземного трубопровода. Механизмы формирования продольных напряжений в подземном трубопроводе рассмотрены в [14].

В динамической теории *априори* не предусматривается возможность превращения силы взаимодействия из активной в пассивную и наоборот. Возможно допущение, что эти превращения можно не учитывать при значениях относительных смещений $u < u_p$, когда существенно незначительны относительные смещения. Однако, если учитывать, что при сильных землетрясениях абсолютное смещение грунта достигает до 0.3–0.4 м, то становится очевидной неприменимость к этим случаям динамической теории без учета соотношений (9)–(11).

В работах [4,5], кроме того, допускаются случаи, когда грунт, окружающий подземный трубопровод, обладает большей жесткостью, чем материал трубопровода ($c_g > c_c$; c_g – скорость распространения продольных волн в грунте; c_c – скорость распространения продольных волн в трубопроводе). Такое гипотетическое допущение также не имеет места в реальности, хотя при таких допущениях при решении задач сейсмостойкости подземных трубопроводов удается получить некоторые интересные результаты [4,5]. Так как грунтовая среда вокруг трубопровода всегда обладает намного меньшей жесткостью, чем подземный трубопровод, при распространении продольных сейсмических волн в системе «подземный трубопровод–грунт», грунт (контактный слой грунта) практически всегда деформируется намного больше, чем подземный трубопровод. Следовательно, сила взаимодействия, действующая на трубопровод, больше проявляет активные свойства, чем пассивные [14]. При распространении монохроматической сейсмической волны по упругому или вязкоупругому свободному трубопроводу с амплитудой напряжения $\sigma_{\max} = 0.5$ МПа в трубопроводе не возникают напряжения больше, чем 0.5 МПа. Образование напряжений в подземных трубопроводах больших продольных напряжений 100 МПа и более, приводящих к разрушению трубопровода [5], – исключительно результат значительных деформаций грунта вокруг подземного трубопровода. Деформационные свойства грунта, окружающего подземный трубопровод, вернее его напряженно-деформированное состояние при землетрясениях, как показано ранее, имеют существенное определяющее значение при формировании напряженно-деформированного состояния подземного трубопровода.

Нелинейность диаграммы $\tau(u)$ (см. рис.1) и проявление на диаграмме пикового значения τ_p , происходят в результате разрушения контактного слоя грунта [12, 13]. Грунт, имеющий достаточно слабые структурные связи, при сдвиговых деформациях начинает претерпевать микроразрушения, что приводит к нелинейному изменению диаграммы $\tau(u)$ уже на участке $0 \leq u \leq u_p$. На участке $u_p < u \leq u^*$ структура контактного слоя грунта полностью разрушается. Этот фактор учитывается в законе (6) введением параметра I_S

$$\tau = K_x(\sigma_N, I_S)u, \quad (12)$$

где $I_S = \text{abs}(u/u^*)$ – параметр, характеризующий степень разрушенности структуры контактного слоя грунта.

Диапазон изменения параметра $0 \leq I_S \leq 1$. При $I_S = 0$ контактный слой грунта не разрушенный, а при $I_S = 1$ – полностью разрушенный. Изменение I_S является необратимым. С

учетом этих обстоятельств в [12,13] предложена функция, учитывающая изменения $K_x(\sigma_N, I_S)$ в следующем виде:

$$K_x(\sigma_N, I_S) = K_x^*(\sigma_N) \exp(\beta(1 - I_S)), \quad (13)$$

где K_x^* – функция жесткости (взаимодействия) трубы со структурно разрушенным грунтом; β – безразмерный коэффициент, характеризующий диапазон изменения K_x .

При $I_S=0$ из (13) получим

$$K_x^N(\sigma_N) = K_x^*(\sigma_N) e^{\beta}. \quad (14)$$

В [12, 13] по результатам экспериментов предложено для функции $K_x^*(\sigma)$ соотношение

$$K_x^*(\sigma_N) = K_N \sigma_N, \quad (15)$$

где K_N – коэффициент жесткости связи подземного трубопровода с контактным слоем грунта (коэффициент жесткости на сдвиг контактного слоя грунта).

Значение относительного смещения $u = u_g - u_c$ определяется из решения задач о распространении сейсмической волны в грунте и трубопроводе.

Это обстоятельство требует рассмотрения процесса деформирования подземного трубопровода и окружающего его грунта совместно. В общем случае такая задача трехмерная. В такой постановке задача о взаимодействии подземного трубопровода с грунтом достаточно сложная.

В неоднородных случаях, как уже отмечалось в [15], на непосредственной границе контакта грунтовой среды с подземным трубопроводом можно принимать условие полного прилипания $u=0$, если в законах деформирования грунта учитываются его структурные разрушения. В случаях, когда структурное разрушение грунта не учитывается, а также в случае рассмотрения процесса в одномерной постановке, на границе контакта подземного трубопровода с грунтом необходимо использовать условие в виде (13).

В [13] проведен анализ законов взаимодействия, выведенных на основе законов Гука, Кельвина-Фойгта и Эйринга (стандартное линейное тело). В последних двух случаях закон взаимодействия учитывает скорость деформирования и вязких свойств контактного слоя грунта. В [12, 13] также установлено, что наиболее адекватными к результатам экспериментов являются законы Гуковского типа и типа стандартно линейного тела. С учетом вышеприведенных факторов рассмотрим задачу по определению продольных напряжений в подземном протяженном трубопроводе с использованием наиболее простого закона взаимодействия (12) и (9), а также соотношений (6) – (15).

4. Постановка задачи

В одномерном случае грунтовая среда вокруг подземного трубопровода рассматривается как полупространство. Пространственная координата x совпадает с осью трубопровода начальное сечение полупространства ($x=0$), также совпадает с начальным сечением подземного трубопровода. Сейсмическая плоская волна по грунтовому полупространству (по направлению оси трубопровода) рассматривается без учета самого трубопровода. В результате решения такой волновой задачи определяются по оси трубопровода в каждой фиксированной точке все параметры волны для одномерного случая – σ_g , v_g , u_g , ε_g , т.е. продольное сейсмическое напряжение, скорость частиц грунта, смещение частиц грунта и деформация грунта. Они позволяют определить в каждой точке по оси трубопровода x силы взаимодействия трубопровода с грунтом.

Одновременно решается задача о распространении этой же плоской сейсмической волны в подземном трубопроводе с учетом силы взаимодействия (трения) на его внешней поверхности, контактирующей с грунтовой средой. Такая постановка задачи является наиболее близкой к реальной ситуации. В этом случае в отличие от динамической теории

сейсмостойкости подземных трубопроводов в осевом направлении трубопровода в каждой точке – значения σ_N , v_g , u_g , ε_g , следовательно, I_S определяется из решения волновой задачи для грунта. Поэтому теория, предложенная в [12, 17], называется волновой теорией сейсмостойкости подземных трубопроводов. Волновая теория является следующим этапом развития теории сейсмостойкости подземных трубопроводов.

Система уравнений, описывающих процесс взаимодействия подземного трубопровода с грунтом при действии сейсмических нагрузок, в случае одномерного движения, на основе волновой теории, приведена далее.

Уравнения движения, неразрывности деформаций и деформирования для грунта имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{0g} \frac{\partial v_g}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_g}{\partial x} + \chi \sigma_{\tau g} &= 0 \\ \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon_g}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_g}{\partial t} + \mu_g \varepsilon_g &= \frac{\partial \sigma_g}{E_{Dg} \partial t} + \mu_g \frac{\sigma_g}{E_{Sg}} \\ \mu_g &= \frac{E_{Dg} E_{Sg}}{(E_{Dg} - E_{Sg}) \eta_g} \end{aligned} \right\}, \quad (16)$$

где ρ_{0g} – начальная плотность грунта; v_g – скорость частиц (массовая скорость) грунта; σ_g – продольное (по оси x) напряжение в грунте; $\sigma_{\tau g}$ – приведенная сила взаимодействия подземного трубопровода с грунтом; ε_g – продольная (по оси x) деформация грунта; μ_g – параметр объемной вязкости для грунта; η_g – коэффициент объемной вязкости грунта; E_{Dg} – динамический модуль сжатия грунта при $d\varepsilon_g/dt \rightarrow \infty$; E_{Sg} – статический модуль сжатия для грунта при $d\varepsilon_g/dt \rightarrow 0$; x – пространственная (по оси трубопровода) координата; t – время.

Значения σ_N , $\sigma_{\tau g}$ и χ определяются из соотношений

$$\sigma_{\tau g} = \frac{4H\tau}{H^2 - D_H^2}, \quad (17)$$

$$\sigma_N = \sigma_N^S + \sigma_N^D, \quad (18)$$

$$\sigma_N^S = \gamma_g H + \gamma_c \pi (D_H^2 - D_B^2) / (4D_H), \quad (19)$$

$$\sigma_N^D = K_\sigma \sigma_g, \quad (20)$$

$$\chi = \text{sgn}(v), \quad v = v_g - v_c, \quad (21)$$

где H – глубина заложения трубопровода в грунте; D_N – наружный диаметр подземного трубопровода; γ_g – удельный вес материала трубопровода; K_σ – коэффициент бокового давления в грунте; v – относительная скорость; v_g – скорость частиц грунта; v_c – скорость сечений трубопровода; σ_N^S – статическое нормальное к внешней поверхности напряжение грунта; σ_N^D – динамическое нормальное напряжение к внешней поверхности грунта.

Отметим, что уравнение (19) для определения статического нормального напряжения на трубопровод является наипростейшим. Более сложные уравнения для этого случая обсуждаются в [5].

Уравнения движения, неразрывности и деформирования для подземного трубопровода имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{0c} \frac{\partial v_c}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_c}{\partial x} + \chi \sigma_{\tau c} &= 0 \\ \frac{\partial v_c}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_c}{\partial t} + \mu_c \varepsilon_c &= \frac{\partial \sigma_c}{E_{Dc} \partial t} + \mu_c \frac{\sigma_c}{E_{Sc}} \\ \mu_c &= \frac{E_{Dc} E_{Sc}}{(E_{Dc} - E_{Sc}) \eta_c} \end{aligned} \right\}, \quad (22)$$

где ρ_{0c} – начальная плотность материала трубопровода; σ_c – продольное (по оси трубопровода) напряжение в трубопроводе; $\sigma_{\tau c}$ – приведенная сила взаимодействия (трения) трубопровода с грунтом; ε_c – продольная (по оси трубопровода) деформация; μ_c – параметр объемной вязкости для материала трубопровода; η_c – коэффициент объемной вязкости для материала трубопровода; E_{Dc} – динамический (при $d\varepsilon_c/dt \rightarrow \infty$), а E_{Sc} – статический (при $d\varepsilon_c/dt \rightarrow 0$) модули деформирования для материала трубопровода.

Значение $\sigma_{\tau c}$ для трубопровода определяется из соотношения

$$\sigma_{\tau c} = \frac{4D_H \tau}{D_H^2 - D_B^2}, \quad (23)$$

где D_B – внутренний диаметр подземного трубопровода.

Соотношения для определения силы взаимодействия между подземным трубопроводом и грунтом τ определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } 0 \leq u \leq u_*, \quad du/dt \geq 0 \\ \tau = K_N \sigma_N \exp(\beta(1 - I_S))u \\ \text{при } u > u_*, \quad du/dt > 0 \\ \tau = c + f \sigma_N \\ \text{при } u < u_*, \quad du/dt < 0, \quad 0 \leq I_S < 1 \\ \tau = K_x^R(\sigma_N, I_S)u \\ \text{при } u \geq u_*, \quad du/dt < 0, \quad I_S = 1 \\ \tau = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (24)$$

где $K_x^R(\sigma_N, I_S)$ – функция взаимодействия подземного трубопровода с грунтом при его возвратном движении, которое определяется по соотношениям

$$K_x^R(\sigma_N, I_S) = K_x^N / (1 - I_S), \quad (25)$$

$$K_x^N = K_N \sigma_N e^{\beta}. \quad (26)$$

Перемещение частиц грунта и сечений трубопровода определяется по формулам

$$u_g = \int_0^t v_g dt, \quad u_c = \int_0^t v_c dt. \quad (27)$$

После каждого цикла взаимодействия, при изменении τ от нуля до нуля, начинается новый отсчет значений относительного смещения u .

На начальные ($x=0$) сечения грунтового полупространства и подземного трубопровода действует нагрузка, создающая волну в грунте и трубопроводе

$$\left. \begin{aligned} \sigma = \sigma_{\max} \sin(\pi t/T) \quad \text{при } 0 \leq t \leq \theta \\ \sigma = 0 \quad \text{при } t > \theta \end{aligned} \right\}, \quad (28)$$

где σ_{\max} – амплитуда сейсмического напряжения в грунте.

При этом торец трубопровода при $x=0$ может быть свободен от нагрузки, т.е.

$$\sigma = 0 \quad \text{при } t \geq 0. \quad (29)$$

При действии нагрузки (28) по грунту и по трубопроводу начинает распространяться плоская волна с различными скоростями.

Условия на фронтах этих волн имеют вид

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } x = C_g t \\ \sigma_g = -C_g \rho_{0g} v_g = 0 \\ v_g = -C_g \varepsilon_g = 0 \\ C_g = \sqrt{E_{Dg} / \rho_{0g}} \end{array} \right\}, \quad (30)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } x = C_c t \\ \sigma_c = -C_c \rho_{0c} v_c = 0 \\ v_c = -C_c \varepsilon_c = 0 \\ C_c = \sqrt{E_{Dc} / \rho_{0c}} \end{array} \right\}, \quad (31)$$

где C_g – скорость распространения продольных волн в грунте; C_c – скорость распространения продольных волн в трубопроводе.

В случае условия (29), когда на трубопровод не действует нагрузка (28), волна в трубопроводе образуется благодаря действию сил взаимодействия (24).

Согласно уравнению (25), коэффициент взаимодействия (трения) при возвратном движении трубопровода относительно грунта также переменен. Для структурно неразрушенного грунта $K_x^R = K_x^N$ при $I_S = 0$, а структурно полностью разрушенного грунта при $I_S = 1$ $K_x^R \rightarrow \infty$, а $\tau = 0$.

Таким образом, здесь рассматриваются две системы уравнений, описывающих процесс распространения волны в грунте и трубопроводе. Системы уравнений (16) для грунта и (22) для трубопровода связаны через соотношения (24). С учетом уравнений (17)–(21), (23) и (25)–(27), граничных условий (28)–(31), также нулевыми начальными условиями необходимо решать связанные системы уравнений (16) и (22) отдельно для грунтовой среды и отдельно для подземного трубопровода. Как видно, даже для простейшего одномерного случая задача волновой теории сейсмостойкости подземного трубопровода достаточно сложная.

В уравнениях (16) и (22) законы деформирования грунта и трубопровода приняты в виде модели стандартно-линейного тела. В случае, когда в этих уравнениях $E_D = E_S$, законы деформирования грунта и трубопровода превращаются в законы Гука. Необходимо отметить, что уравнения динамической теории для продольного колебания подземного трубопровода в перемещениях, приведенные в [4, 5, 9–11], можно вывести из уравнения (22). Уравнения (24) являются исходными также для уравнений динамической теории, а уравнения (16) в динамической теории не рассматриваются.

5. Метод решения

Системы уравнений (16) и (22) являются дифференциальными уравнениями в частных производных гиперболического типа [16] и имеют действительные характеристики и характеристические соотношения по ним. В случае граничных условий (28)–(31) и законов взаимодействия (24) линии фронтов волн в грунте и трубопроводе остаются линейными. Остаются также линейными характеристические линии на характеристических плоскостях xt и для грунта, и для трубопровода. Это обстоятельство существенно облегчает численную реализацию рассматриваемых задач. Характеристические соотношения в этих случаях нелинейные имеют следующие виды:

для подземного трубопровода

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{d\sigma_c}{dt} - C_c \rho_{0c} \frac{dv_c}{dt} = -C_c^2 \rho_{0c} g(\sigma_c, \varepsilon_c) + \chi C_c \sigma_{\tau c} \\
& \text{вдоль характеристических линий } dx/dt = C_c \\
& \frac{d\sigma_c}{dt} + C_c \rho_{0c} \frac{dv_c}{dt} = -C_c^2 \rho_{0c} g(\sigma_c, \varepsilon_c) - \chi C_c \sigma_{\tau c} \\
& \text{вдоль характеристических линий } dx/dt = -C_c \\
& \frac{d\sigma_c}{dt} - C_c^2 \rho_{0c} \frac{d\varepsilon_c}{dt} = -C_c^2 \rho_{0c} g(\sigma_c, \varepsilon_c) \\
& \text{вдоль линий } dx/dt = 0
\end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$\text{где } g(\sigma_c, \varepsilon_c) = \frac{\sigma_c}{\eta_c} - \frac{E_{Dc} E_{Sc} (\varepsilon_c - \sigma_c / E_{Dc})}{(E_{Dc} - E_{Sc}) \eta_c}, \quad \eta_c = \frac{E_{Dc} E_{Sc}}{(E_{Dc} - E_{Sc}) \mu_c},$$

для грунтового полупространства

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{d\sigma_g}{dt} - C_g \rho_{0g} \frac{dv_g}{dt} = -C_g^2 \rho_{0g} g(\sigma_g, \varepsilon_g) + \chi C_g \sigma_{\tau g} \\
& \text{вдоль характеристических линий } dx/dt = +C_g \\
& \frac{d\sigma_g}{dt} + C_g \rho_{0g} \frac{dv_g}{dt} = -C_g^2 \rho_{0g} g(\sigma_g, \varepsilon_g) - \chi C_g \sigma_{\tau g} \\
& \text{вдоль характеристических линий } dx/dt = -C_g \\
& \frac{d\sigma_g}{dt} - C_g^2 \rho_{0g} \frac{d\varepsilon_g}{dt} = -C_g^2 \rho_{0g} g(\sigma_g, \varepsilon_g) \\
& \text{вдоль линий } dx/dt = 0
\end{aligned} \right\} \quad (33)$$

$$\text{где } g(\sigma_g, \varepsilon_g) = \frac{\sigma_g}{\eta_g} - \frac{E_{Dg} E_{Sg} (\varepsilon_g - \sigma_g / E_{Dg})}{(E_{Dg} - E_{Sg}) \eta_g}, \quad \eta_g = \frac{E_{Dg} E_{Sg}}{(E_{Dg} - E_{Sg}) \mu_g}.$$

Для повышения точности расчетов на ЭВМ переходим к безразмерным переменным (с верхним индексом нуль) и параметрам по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned}
& x^\circ = \mu_c x / C_c; \quad t^\circ = \mu_c t; \quad \sigma_c^\circ = \sigma_c / \sigma_{\max}; \\
& v_c^\circ = v_c / v_{\max}; \quad \varepsilon_c^\circ = \varepsilon_c / \varepsilon_{\max}; \\
& \sigma_g^\circ = \sigma_g / \sigma_{\max}; \quad v_g^\circ = v_g / v_{\max}; \quad \varepsilon_g^\circ = \varepsilon_g / \varepsilon_{\max}; \\
& v_{\max} = -\sigma_{\max} / C_c \rho_{0c}; \quad \varepsilon_{\max} = \sigma_{\max} / E_g; \\
& \gamma_c = E_{Dc} / E_{Sc}; \quad \gamma_g = E_{Dg} / E_{Sg}
\end{aligned} \right\} \quad (34)$$

После перехода к безразмерным переменным $x^\circ, t^\circ, \sigma^\circ, \varepsilon^\circ, v^\circ$ уравнения (16) – (33) примут следующий вид для подземного трубопровода:

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{\partial v_c^\circ}{\partial t^\circ} + \frac{\partial \sigma_c^\circ}{\partial x^\circ} - \chi \sigma_{\tau c}^\circ = 0 \\
& \frac{\partial v_c^\circ}{\partial x^\circ} - \frac{\partial \varepsilon_c^\circ}{\partial t^\circ} = 0 \\
& \frac{\partial \varepsilon_c^\circ}{\partial t^\circ} + \varepsilon_c^\circ = \frac{\partial \sigma_c^\circ}{\partial t^\circ} + \gamma_c \sigma_c^\circ
\end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\left. \begin{aligned}
& d\sigma_c^\circ + dv_c^\circ = (\varepsilon_c^\circ - \gamma_c \sigma_c^\circ) dt^\circ + \chi \sigma_{\tau c}^\circ dt^\circ \quad \text{при } dx^\circ / dt^\circ = +1 \\
& d\sigma_c^\circ - dv_c^\circ = (\varepsilon_c^\circ - \gamma_c \sigma_c^\circ) dt^\circ - \chi \sigma_{\tau c}^\circ dt^\circ \quad \text{при } dx^\circ / dt^\circ = -1 \\
& d\sigma_c^\circ - d\varepsilon_c^\circ = (\varepsilon_c^\circ - \gamma_c \sigma_c^\circ) dt^\circ \quad \text{при } dx^\circ / dt^\circ = 0
\end{aligned} \right\} \quad (36)$$

для грунтовой среды

$$\left. \begin{aligned} r_g \frac{\partial v_g^\circ}{\partial t^\circ} + \frac{\partial \sigma_g^\circ}{\partial x^\circ} + \chi \sigma_{\tau g}^\circ &= 0 \\ \frac{\partial v_g^\circ}{\partial x^\circ} + \frac{\partial \varepsilon_g^\circ}{\partial t^\circ} &= 0 \\ l_g \frac{\partial \varepsilon_g^\circ}{\partial t^\circ} + l_g m_g \varepsilon_g^\circ &= \frac{\partial \sigma_g^\circ}{\partial t^\circ} + m_g \gamma_g \sigma_g^\circ \end{aligned} \right\}, \quad (37)$$

$$\left. \begin{aligned} d\sigma_g^\circ + C_g r_g dv_g^\circ &= m_g (l_g \varepsilon_g^\circ - \gamma_g \sigma_g^\circ) dt^\circ - \chi \sigma_{\tau g}^\circ dt^\circ \text{ при } dx^\circ/dt^\circ = +C_{gc} \\ d\sigma_g^\circ - l_g r_g dv_g^\circ &= m_g (l_g \varepsilon_g^\circ - \gamma_g \sigma_g^\circ) dt^\circ + \chi \sigma_{\tau g}^\circ dt^\circ \text{ при } dx^\circ/dt^\circ = -C_{gc} \\ d\sigma_g^\circ - l_g d\varepsilon_g^\circ &= m_g (l_g \varepsilon_g^\circ - \gamma_g \sigma_g^\circ) dt^\circ \text{ при } dx^\circ/dt^\circ = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (38)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma^\circ &= \sin(\pi t^\circ / \mu_c T) \text{ при } x^\circ = 0, 0 \leq t^\circ \leq \mu_c \theta \\ \sigma^\circ &= 0 \text{ при } x^\circ = 0, t^\circ \geq \mu_c \theta \\ \sigma_c^\circ = 0, \varepsilon_c^\circ = 0, v_c^\circ = 0 &\text{ при } x^\circ = t^\circ \\ \sigma_g^\circ = 0, \varepsilon_g^\circ = 0, v_g^\circ = 0 &\text{ при } x^\circ = C_{gc} t^\circ \end{aligned} \right\}, \quad (39)$$

где $r_g = \frac{\rho_{0g}}{\rho_{0c}}$; $l_g = \frac{E_{Dg}}{E_{Dc}}$; $m_g = \frac{\mu_g}{\mu_c}$; $C_{gc} = \frac{C_g}{C_c}$; $\sigma_{\tau c}^\circ = \sigma_\tau \frac{C_c}{\sigma_{\max} \mu_c}$; $\sigma_{\tau g}^\circ = \sigma_{\tau g} \frac{C_g}{\sigma_{\max} C_c}$.

Граничные условия принимают вид (39).

Уравнения (16) и (22) в частных производных, таким образом, приводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям в безразмерном виде (36) и (38) с граничными условиями (39). Начальные условия, как отмечалось, нулевые.

Отметим, что уравнения состояния или закон деформирования как для грунта в (16), так и для подземного трубопровода в (22) приняты одинаково. В обоих случаях используется обобщенный закон Эйринга или, как он еще называется, модель стандартно линейного вязкоупругого тела. Однако для грунтов $\gamma_g = E_{Dg}/E_{Sg}$ и для материала трубопровода $\gamma_c = E_{Dc}/E_{Sc}$ в расчетах будут иметь разные значения. Среди существующих реологических моделей закон Эйринга является наиболее достоверным для описания процессов динамического деформирования грунтов. В случае трубопровода, когда значения $\gamma_c = 1.02$, модель Эйринга превращается в модель Гука. При значениях γ_c , более отличающихся от единицы ($\gamma_c > 1$), рассматриваемый здесь метод позволяет определить продольные напряжения в подземных вязкоупругих (полимерных) трубопроводах.

Уравнения (36) и (38) благодаря члену $\chi = \text{sgn}(v)$ являются нелинейными и их аналитически решить в настоящее время не представляется возможным. Поэтому они решены численно с использованием метода конечных разностей по неявной схеме. Алгоритм решения составлен на основе сдвоенных сеток дискретизации на сдвоенных характеристических плоскостях x, t . Более подробно они приведены в [12, 16]. Программы решения составлены на языке PASCAL и реализованы в среде Delphi. Численные решения получены как для грунта, так и для подземного трубопровода, в виде изменения параметров волн по времени $\sigma(t), \varepsilon(t), v(t)$ для фиксированных точек по координате, а также как $\sigma(x), \varepsilon(x), v(x)$ для фиксированных времен. Приведенные выше уравнения (1)–(39) в совокупности составляют основу одномерной волновой теории сейсмостойкости подземных трубопроводов при сейсмических воздействиях в случае законов взаимодействия (24). Более сложные законы взаимодействия изложены в [12, 13]. Рассмотрим результаты расчетов на ЭВМ.

6. Результаты расчетов и их обсуждение

Расчеты на ЭВМ проводились с безразмерными переменными и параметрами. Затем они переводились в размерные для облегчения понимания. В качестве исходных данных выбраны [12]:

для подземного трубопровода

$$D_H=0.2 \text{ м}; D_B=0.18 \text{ м}; \rho_{0c}=7800 \text{ кг/м}^3; \mu_c=10^4 \text{ с}^{-1}; C_c=5000 \text{ м/с}; \gamma_c=1.02; E_{Dc}=C_c^2 \rho_{0c}; \\ E_{Sc}=E_{Dc}/\gamma_c;$$

для грунтовой среды

$$\rho_{0g}=1800 \text{ кг/м}^3; C_g=1000 \text{ м/с}; K_\sigma=0.3; \mu_g=1000 \text{ с}^{-1}; \gamma_g=1.1; E_{Dg}=C_g^2 \rho_{0g}; \\ E_{Sg}=E_{Dg}/\gamma_g;$$

параметры сейсмической нагрузки

$$T=0.01 \text{ с}; \theta=5 \text{ с}; \sigma_{\max}=0.5 \text{ МПа};$$

параметры взаимодействия

$$H=1 \text{ м}; K_N=100 \text{ м}^{-1}; \beta=2; f=0.5; u^*=0.005 \text{ м}.$$

В соответствии с этими исходными данными продольное напряжение в подземном трубопроводе, согласно уравнениям (1) – (3), с учетом (30) – (31) равняется 54.6 МПа при значении относительной деформации грунта 0.00028. Значение продольного напряжения здесь получено без учета множества коэффициентов, приведенных в нормативных методах, которые влияют в сторону увеличения этого значения напряжения. В результате получим значения продольного напряжения 80 – 120 МПа. Последние обстоятельства в нормативных документах в определенной степени обосновываются. Однако в данном случае рассматриваются точные расчетные значения продольного напряжения в подземном трубопроводе по указанным теориям. Значит, по упрощенной теории значение продольного напряжения будет равно 54.6 МПа.

Определяем значение продольного напряжения в подземном трубопроводе по динамической и волновой теориям.

Отметим, что из уравнений взаимодействия (24) при $u = u^*$ получим

$$u^* = f/K_N. \quad (40)$$

Отсюда следует, что при известных значениях коэффициента трения f и коэффициента жесткости K_N для грунта можно определить соответствующее им значение u^* [12,13].

Если допустим, что в уравнениях (24) $u^* \rightarrow \infty$, то получим в расчетах только закон взаимодействия типа (12), а если допустим $u^* \rightarrow 0$, то получим в качестве закона взаимодействия (5). В расчетах также можно рассматривать случаи, когда не учитывается в (7) составляющая σ_N^D , а также можно принять в процессе взаимодействия $I_S = 0$ в (13). Когда в расчетах значение u^* задается значительным ($u^* = 100 \text{ м}$), структура грунта практически не изменяется, так как $I_S = u/u^* \rightarrow 0$. Как видно, варьируя значениями параметров исходных данных, можно получить различные варианты закона взаимодействия грунта и подземного трубопровода. Кроме того, для сопоставления результатов расчетов по динамической и волновой теориям принята самая простая расчетная схема, когда длина трубопровода равняется 1000 м. В этом случае не возникает отраженная от конечного торца трубопровода волна.

Рассмотрим результаты расчетов.

В случае $u^* \rightarrow \infty$ ($u^* = 100 \text{ м}$) и $\sigma_N = \sigma_N^S = const$ на границе контакта трубопровода с грунтом получим нелинейную модель взаимодействия (12). В этом случае прямое (поступательное) и обратное движение трубопровода относительно грунта происходит только по уравнению (12). Нормальное к внешней поверхности полубесконечного трубопровода ($L=1000 \text{ м}$) динамическое давление грунта σ_N^D не учитывается. Однако относительное

смещение u определяется с учетом движения грунта, т. е. $u = u_g - u_c$, где u_c – абсолютное смещение сечений трубопровода; u_g – соответствующее абсолютное смещение грунта. Значение u_g определяется из решения системы уравнений (38).

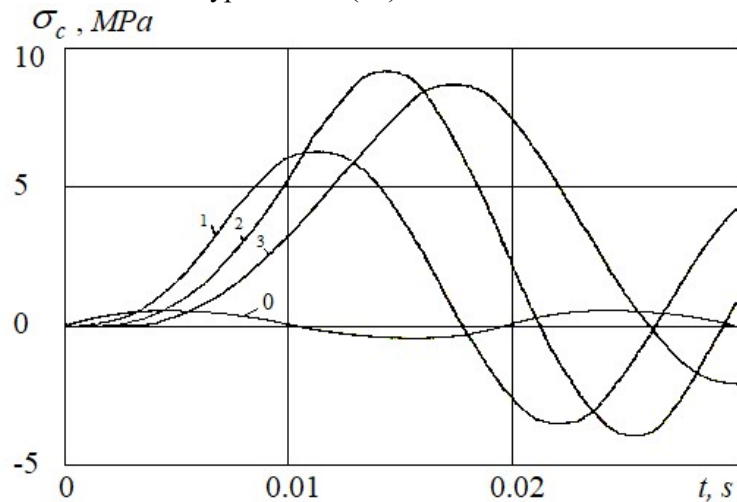


Рис. 2. Изменения продольного напряжения по времени в сечениях подземного трубопровода при $\sigma_N = \sigma_N^S = const$

Изменения продольного напряжения по времени в сечениях трубопровода $\sigma_c(t)$ и соответствующей им зависимости касательного напряжения от относительного смещения $\tau(u)$ приведены на рис. 2 и 3. Кривые 0–3 на рис. 2 относятся к сечениям трубопровода $x=0, 5, 10$ и 15 м. Здесь кривая 0 – изменения заданной нагрузки (28) на начальных сечениях трубопровода и грунтовой среды.

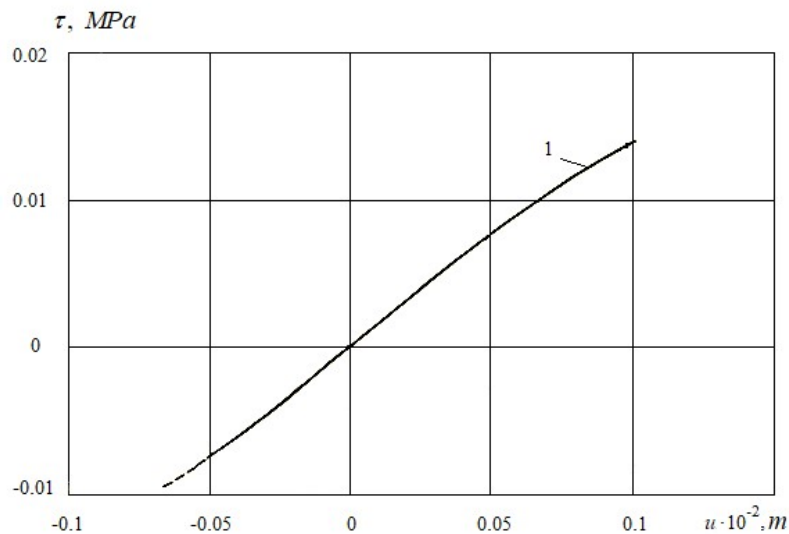


Рис. 3. Зависимость касательного напряжения от относительного смещения при $\sigma_N = \sigma_N^S = const$

Как видно из рис. 2, в сечениях трубопровода $x = 5, 10$ и 15 м, т. е. в сечениях трубопровода с удалением от начального сечения, наблюдается существенный рост значений продольного напряжения. При $x=5$ м (кривая 1) амплитуда напряжений σ_{cmax} превышает амплитуды напряжения σ_{max} в начальном сечении примерно в 12 раз. При $x = 10$ м – 18 раз, а при $x=15$ м – в 17 раз. Таким образом, учет движения грунта вокруг подземного трубопровода приводит к многократному повышению продольного напряжения в сечениях трубопровода. Такой рост значений напряжений происходит в силу следующих обстоятельств.

При действии нагрузки, изменяющейся по закону (28), на трубопровод и грунтовую среду по ним начинает распространяться продольная волна. Так как скорость распростра-

нения волны в трубопроводе больше, чем в грунте, следовательно, сечения трубопровода первыми начинают движение.

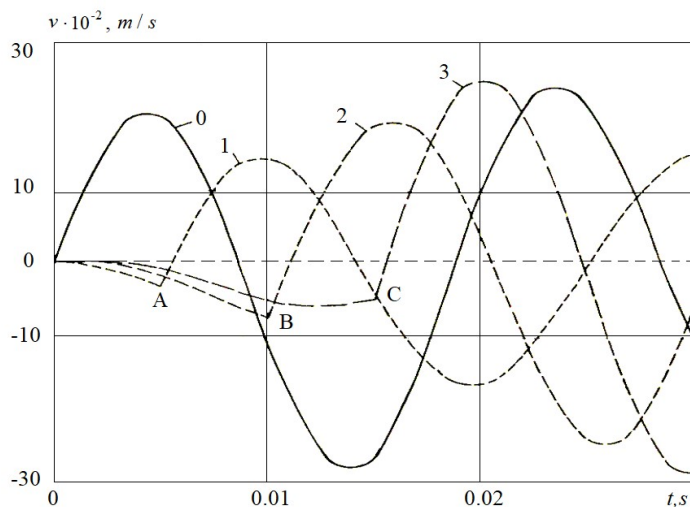


Рис. 4. Изменения относительной скорости сечений трубопровода по времени

Поэтому в начальных моментах времени значение относительной скорости $v = \frac{du}{dt} = \frac{du_g}{dt} - \frac{du_c}{dt} < 0$ (рис. 4). Через некоторое время волна в грунте достигает этих сечений трубопровода. Так как жесткость грунта намного меньше, чем жесткость трубопровода ($C_g < C_c$), грунт получает больше деформации, чем труба, т.е. в соответствующих сечениях трубы и грунта абсолютное смещение грунта больше, чем абсолютное смещение трубы. В результате знак относительной скорости, следовательно, относительных смещений, меняется (точки А, В, С на рис.4 и 5). При этом меняется знак касательного напряжения τ (рис.6), т.е. касательное напряжение (сила сопротивления) превращается от пассивной в активную силу. Активная (движущая) сила τ приводит к увеличению значения напряжения в трубопроводе, как это наблюдается на рис.2. При этом зависимости $\tau(u)$ остаются практически линейными (см. рис.3). Величина относительного смещения u не превышает допустимого его значения $u^* = 0.005$ м из-за малых значений $\gamma_g = 1.1$.

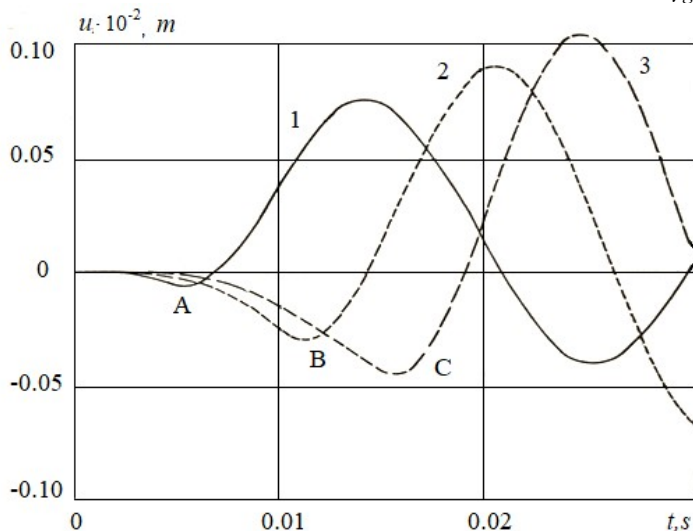


Рис. 5. Изменения относительных смещений по времени

Увеличение напряжения в сечениях трубопровода, таким образом, является следствием превращения силы взаимодействия τ от пассивной (сопротивления) в активную (движущую) силу. В случае, когда грунт невозмущенная среда, τ почти всегда является

пассивной силой, что приводит к постоянному затуханию амплитуды напряжения в подземном трубопроводе.

Максимальные значения напряжения в сечениях трубопровода, однако, зависят от характера изменения относительных смещений и касательных напряжений в этих сечениях.

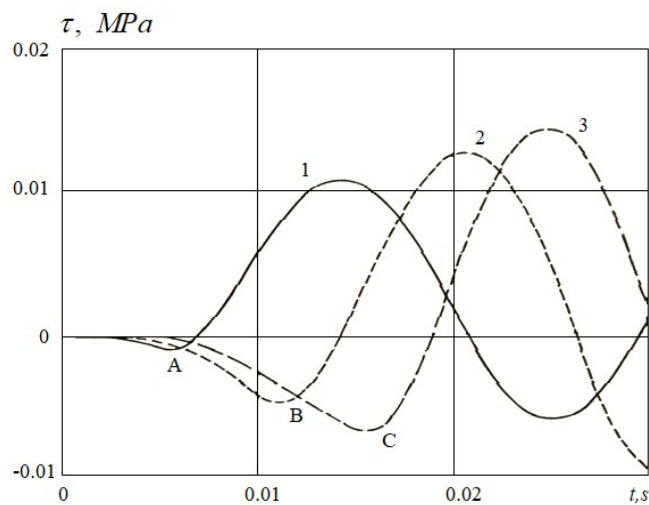


Рис. 6. Зависимость касательного напряжения от времени

Рассмотрим влияние характера изменения зависимости $\tau(u)$ на значения продольных напряжений в сечениях трубопровода, т. е. рассмотрим случай, когда на поверхности контакта трубопровода с грунтом выполняются законы (24) при $\sigma_N = \sigma_N^S = const$ (динамическая составляющая нормального давления на трубопровод не учитывается). В этом случае закон (24) будет эквивалентным условию "упругопластического" закона взаимодействия с включением закона трения Кулона.

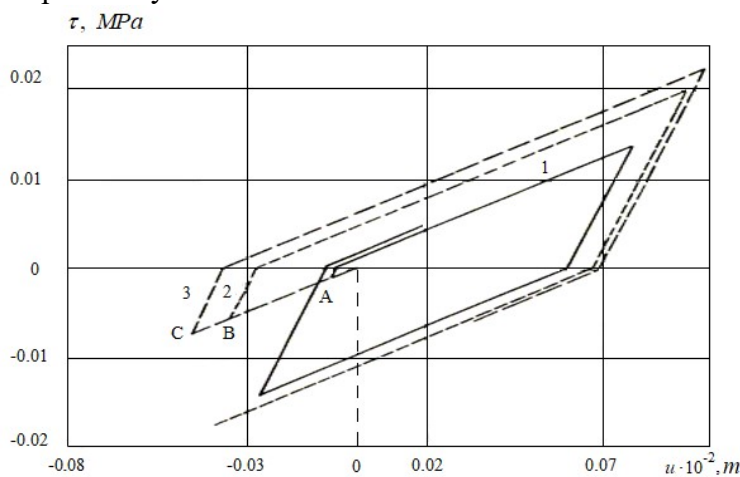


Рис. 7. Зависимость касательного напряжения от относительного смещения без учета σ_N^D

Закономерности взаимодействия в отличие от зависимостей $\tau(u)$, приведенных на рис.3, имеют вид, как на рис.7. Изменения касательного напряжения на поверхности контакта трубопровода с грунтом в этом случае происходят по аналогии «нагрузка–разгрузка» (см. рис.7). Кривые 1, 2, 3 на рис.7 относятся к тем же сечениям трубопровода $x = 5, 10$ и 15 м. Здесь процесс взаимодействия не доходит до закона Кулона, так как $u < u_*$.

Соответствующие этому случаю изменения напряжения в этих сечениях трубопровода приведены на рис.8 (кривые 0–3). Как видно из сопоставлений зависимостей $\sigma(t)$, приведенных на рис.8 и 2, изменения закона взаимодействия $\tau(u)$ трубопровода с грунтом

при рассматриваемых исходных данных задачи на зависимости $\sigma(t)$ практически не влияют. Аналогичные картины наблюдаются в зависимостях $v_c(t)$ и $u(t)$.

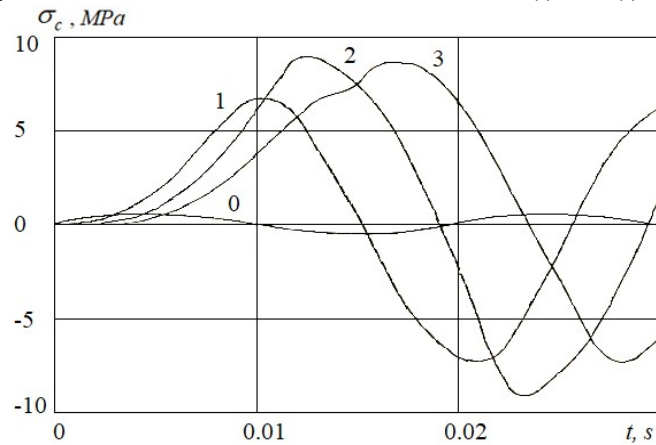


Рис. 8. Изменения напряжения в сечениях трубопровода при $x=0, 5, 10$ и 15 м и «упругопластическом» законе взаимодействия

Здесь необходимо отметить, что в рассмотренных выше вариантах расчетов, в закономерностях взаимодействия (24) принято $\sigma_N = const$. В этих случаях на параметры волн в трубопроводе, т. е. на изменения напряжения, деформации и скорости сечений трубопровода, влияют только лишь изменения абсолютного смещения грунтовой среды. Это приводит к образованию на поверхности контакта трубопровода с грунтом активной силы взаимодействия, как отмечалось, следовательно, повышаются напряжения в сечениях трубопровода. Параметры волны в это же время в сечениях грунтовой среды остаются без изменения.

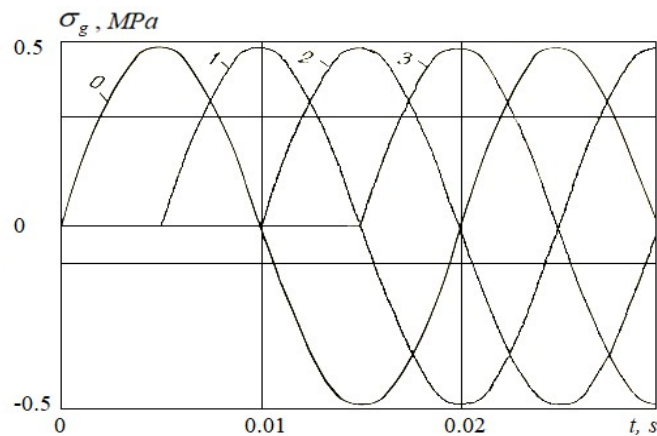


Рис. 9. Изменение напряжения по времени в сечениях грунтовой среды при $x = 0, 5, 10$ и 15 м

На рис. 9 приведены изменения напряжения в сечениях грунтовой среды. Кривые 0–3 относятся к тем же сечениям, только в этом случае грунта, $x = 0, 5, 10$ и 15 м. Как видно из рис. 9, амплитуды волн напряжений с расстоянием в грунте не меняются. Изменение силы взаимодействия на значения амплитуды напряжений в грунте не влияет в силу соотношения (17). Очевидно, что в случае $\sigma_N = \sigma_N^S = const$ результаты расчетов по динамической и по волновой теориям совпадают. Однако в динамической теории абсолютное смещение грунта считается известным и задается заранее. В расчетах по динамической теории весь вопрос состоит в том, насколько точно можно задавать изменением абсолютных смещений грунта $u_g(t)$ в каждой точке поверхности контакта подземного трубопровода с грунтом. По волновой теории, чтобы снять этот вопрос, функция изменения абсолютного смещения грунта $u_g(t)$ определяется из решения уравнения движения грунта. Это естественно повышает точность полученных результатов и их достоверность.

Теперь рассмотрим случай, когда в законах взаимодействия (24) $\sigma_N = \sigma_N^S + \sigma_N^D \neq const$, т.е. нормальное к внешней поверхности трубопровода давление является переменной ($\sigma_N^D \neq 0$).

Изменения напряжения по времени в фиксированных сечениях трубопровода $x = 0, 5, 10$ и 15 м, относящихся к результатам расчетов, когда $\sigma_N \neq const$, приведены на рис.10. (кривые 0–3). Здесь по сравнению со случаем, когда $\sigma_N = const$ (см. рис.2 и 8), наблюдается качественно иная картина. Так, амплитуды напряжения в рассматриваемых сечениях трубопровода все время растут. Количественно же они отличаются примерно в два раза, чем на рис.2 и 8. Увеличение максимальных значений напряжений в сечениях трубопровода здесь – это только следствие учета динамической составляющей нормального давления $\sigma_N^D = K_\sigma \cdot \sigma_g$, где значение коэффициента бокового давления равнялось $K_\sigma = 0.3$.

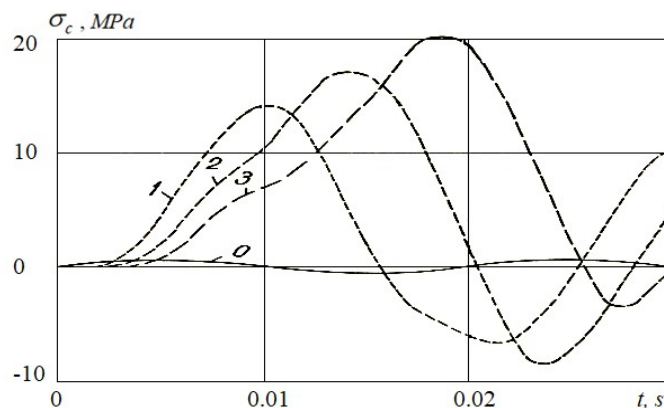


Рис. 10. Характер изменения напряжения по времени в сечениях трубопровода при $\sigma_N \neq const$ и $x=5, 10, 15$ м

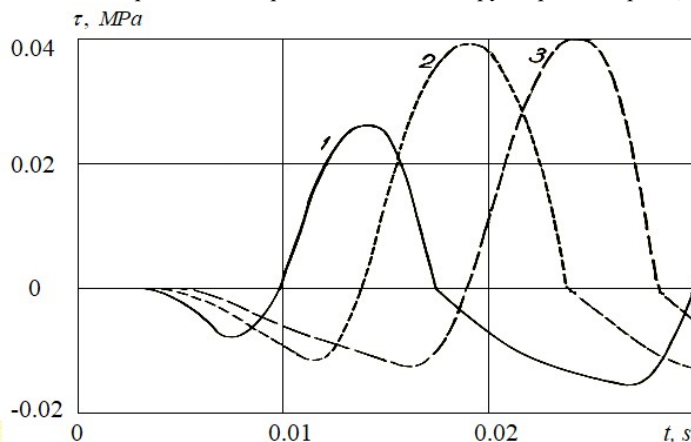


Рис. 11. Расчетные зависимости касательного напряжения от времени при $\sigma_N \neq const$ и $x=5, 10, 15$ м

Механизм увеличения амплитуды напряжений в сечениях трубопровода с увеличением значений нормального давления объясняется следующим образом. Согласно соотношениям закономерности взаимодействия (24), увеличение σ_N приводит к увеличению τ на поверхности контакта трубопровода с грунтом (рис.11). Кривые 1–3 здесь относятся к тем же сечениям трубопровода $x=5, 10$ и 15 м. По сравнению со случаем, когда $\sigma_N = const$ (см. рис.6), значения касательных напряжений при $\sigma_N \neq const$ увеличиваются в 2–2.5 раза (см. рис.11). Так как в этих случаях касательное напряжение является активной силой, следовательно, в сечениях трубопровода напряжение увеличивается.

Однако увеличение значений продольных напряжений в сечениях трубопровода не происходит безгранично, как это наблюдается на рис.10.

На рис.12 приведены изменения значений напряжения в сечениях трубопровода $x=30, 60$ и 90 м (кривые 4, 5 и 6). Как видно из рис.12, амплитуда продольных напряжений

в сечениях трубопровода стремится к установлению. Значение напряжений при $x = 30$ м $\sigma_{\max} = 22.5$ МПа, при $x = 60$ м $\sigma_{\max} = 26.5$ МПа, а при $x = 90$ м $\sigma_{\max} = 27$ МПа.

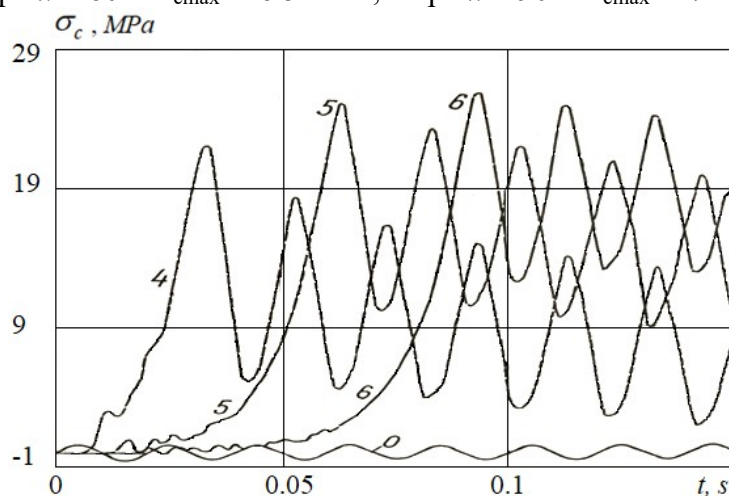


Рис. 12. Изменение напряжения по времени в сечениях трубопровода при $x = 30, 60,$ и 90 м и учете σ_N^D

Результаты расчетов показали, что в дальнейших сечениях трубопровода амплитуда напряжений не меняется и устанавливается при $\sigma_{\max} = 27$ МПа. Это значение напряжения примерно в 3 раза больше, чем со случаем $\sigma_N = \text{const}$ (см. рис. 2 и 8). Расчеты также показывают, что значения этих напряжений в подземном трубопроводе при $\sigma_{\max} = 0.5$ МПа практически не зависят от нагрузки, действующей на торец трубопровода при $x = 0$. Когда при $x = 0$ приняты граничные условия (29), значения этих напряжений практически не изменялись.

Значения продольных напряжений при Газлийском землетрясении, согласно данным работы [5], для магистральных подземных трубопроводов равняется $\sigma_{\max} = (36.5 - 85)$ МПа.

Исходя из этого, можно утверждать, что полученные нами расчетные значения продольных напряжений на 25 % меньше, чем напряжение у нижней границы, наблюдаемое во время землетрясений в трубопроводах. В расчетах исходные данные задачи совпадают с данными Газлийского землетрясения. Однако необходимо отметить, что при $\sigma_N = \text{const}$ значения амплитуды напряжений в трубопроводе получаются существенно заниженными: $\sigma_{\max} = 9$ МПа (см. рис. 2 и 8), что в четыре раза меньше, чем фактические. Поэтому видно, что учет динамической составляющей нормальной к внешней поверхности напряжения приводит к более точному определению продольных напряжений в подземном трубопроводе.

При $\sigma_N \neq \text{const}$ зависимости $\tau(u)$, как показывают результаты расчетов, являются существенно сложными. При $\sigma_N \neq \text{const}$ по траекториям $\tau(u)$ заранее очень сложно определить и оценить вид закона взаимодействия. Тем более эти закономерности для различных точек поверхности контакта трубопровода с грунтом различны. Это подтверждает правильность рассматриваемого в настоящей статье подхода, т.е. закономерности взаимодействия являются локальными, и они должны определяться в каждой точке внешней поверхности подземного сооружения и грунта в процессе решения задачи. Далее в расчетах они проявляются соответственно исходным данным задачи, исходя из самой природы динамического процесса взаимодействия.

Результаты вышеприведенных расчетов показывают, что учет динамической составляющей нормального давления приводит к новым качественным и количественным результатам. В настоящей статье рассмотрено действие на подземный трубопровод плоской продольной сейсмической волны с частотой 50 с^{-1} . Результаты расчетов показали, что уменьшение частоты сейсмической волны приводит к еще более существенному увеличению максимального значения продольных напряжений в подземном трубопроводе. Это является предметом дальнейших исследований, как и определение и оценка значений про-

дольных напряжений в трубопроводе, пикового касательного напряжения и проявления полного цикла процесса взаимодействия.

7. Заключение

На основе критического анализа существующих теорий сейсмостойкости подземных трубопроводов раскрыты преимущества и недостатки:

1. Упрощенная теория сейсмостойкости подземных трубопроводов основана на неверной гипотезе о равенстве продольных деформаций окружающего трубопровод грунта и трубопровода. По этой теории для рассматриваемого трубопровода значение продольного напряжения по расчетам равняется 54.6 МПа. В этом случае из-за существенных деформаций грунта, которая затем приводит к деформации трубопровода, продольная напряженность в трубопроводе получается, естественно, повышенной.

2. Основным недостатком динамической теории сейсмостойкости подземных трубопроводов является игнорирование динамических напряженных состояний в грунтовой среде при распространении сейсмической волны в грунте, окружающей трубопровод. Следующим недостатком динамической теории является не точный, приближенный учет перемещения грунтовой среды, в которой расположен подземный трубопровод. В динамической теории перемещение грунта считается известным и задается. Это приводит к определенным неточностям. Здесь эти недостатки динамической теории устранены и перемещения грунта в каждой точке внешней поверхности определяются из решения волновой задачи для грунтовой среды. С такими улучшениями по динамической теории значение максимального продольного напряжения в трубопроводе равно 9 МПа, что в шесть раз меньше, чем по упрощенной теории.

3. Значение максимального продольного напряжения в подземном трубопроводе по волновой теории равно 27 МПа. Это в три раза больше, чем по динамической теории. Результаты расчетов волновой теории и динамической теории отличаются на 300%. Так как в случае волновой теории постановка задачи является более точной, можно утверждать, что динамическая теория при определении продольного напряжения в подземном трубопроводе допускает 300%-ную ошибку в сторону уменьшения. Это обстоятельство показывает несостоятельность динамической теории в расчетах сейсмических напряжений в подземных трубопроводах. Упрощенный метод дает 200%-ную ошибку в сторону увеличения продольного напряжения в подземном трубопроводе.

4. Полный процесс взаимодействия включает стадии нелинейных изменений силы взаимодействия (трения) проявлением его пикового значения (кинематический закон) и Кулоновского трения. Анализом этих стадий взаимодействия подземных трубопроводов с грунтом при сейсмических воздействиях показано, что в расчетах необходимо использовать законы взаимодействия, учитывающие полный процесс взаимодействия, наблюдаемый в экспериментах, как единый закон взаимодействия подземных трубопроводов с грунтом.

5. На основе анализа полученных численных решений, поставленных связанных задач волновой теории сейсмостойкости подземных трубопроводов раскрыты механизмы возникновения продольных напряжений в подземных трубопроводах при сейсмических воздействиях, где главным фактором является сила взаимодействия (трение) между трубопроводом и окружающим его грунтом. За счет разности деформационных характеристик материала трубопровода и грунта сила взаимодействия от силы сопротивления (пассивной силы) превращается в движущую силу (активную силу), что приводит к увеличению продольного напряжения в подземном трубопроводе.

6. Результаты расчетов установлено, что учет динамического нормального к внешней поверхности подземного трубопровода напряжения (давления) приводит к многократному увеличению продольного напряжения в подземном трубопроводе. Учет дина-

мического сейсмического давления на подземный трубопровод является возможным только в рамках волновой теории сейсмостойкости подземных трубопроводов.

7. Анализ постановок задач по определению продольных напряжений в подземных трубопроводах показывает, что выявленных факторов, определенных в экспериментах и обследованием последствий сильных землетрясений, в наиболее полном объеме учитывает волновая теория. Это дает основание считать результаты расчетов по волновой теории наиболее достоверными по сравнению с динамической теорией сейсмостойкости подземных трубопроводов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] O'Rourke M.J., Liu X. Response of Buried Pipelines Subject to Earthquake Effects. USA-MCEER:Univ. at Buffalo, 1999. –249 p.
- [2] Toprak S., Taskin F., Koc A.C. Prediction of earthquake damage to urban water distribution systems: a case study for Denizli, Turkey // Bull. Eng. Geol. Environ. 2009. Vol. 68. No 4. P. 499–510.
- [3] O'Rourke T.D., Jeon S.S., Toprak S., Cubrinovski M., Hughes M., Van Ballegooy S. et al. Earthquake Response of Underground Pipeline Networks in Christchurch, NZ // Earthq. Spectra. 2014. Vol. 30. No 1. P. 183–204.
- [4] Рашидов Т.Р. Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. Ташкент: Фан, 1973. –180 с.
- [5] Рашидов Т.Р., Хожметов Г.Х. Сейсмостойкость подземных трубопроводов. Ташкент: Фан, 1985. –152 с.
- [6] Okamoto Sh. Introduction to Earthquake Engineering. University of Tokyo Press, 1973. –629 p.
- [7] Housner G. Introduction to earthquake engineering, Second Edition, Shunzo Okamoto // Earthq. Eng. Struct. Dyn. 1985. Vol. 13. No 2. P. 278–278.
- [8] Напетваридзе Ш.Г., Гехман А.С. и др. Сейсмостойкость магистральных трубопроводов и специальных сооружений нефтяной и газовой промышленности. М.: Наука, 1980. –172 с.
- [9] Ясин Э.М., Черников В.И. Устойчивость подземных трубопроводов. М.: Наука, 1967. –120 с.
- [10] Айнбиндер А.Б. Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость. М.: Недра, 1992. –288 с.
- [11] Бородавкин П.П. Подземные магистральные трубопроводы. М.: Недра, 1982. –384 с.
- [12] Султанов К.С. Волновая теория сейсмостойкости подземных сооружений. Ташкент: Фан, 2016. –392 с.
- [13] Sultanov K.S., Bakhodirov A.A. Laws of Shear Interaction at Contact Surfaces Between Solid Bodies and Soil // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2016. Vol. 53(2). P. 71–77.
- [14] Bakhodirov A.A., Sultanov K.S. Waves in a viscoelastic bar surrounded by soils under smooth loading // Mechanics of Solids. 2014. Vol. 49(3), P. 349–359.
- [15] Bakhodirov A.A., Ismailova S.I., Sultanov K.S. Dynamic deformation of the contact layer when there is shear interaction between a body and the soil // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2015. Vol. 79(6). P. 587–595.
- [16] Sultanov K.S., Kumakov J.X., Loginov P.V., Rikhsieva B.B. Strength of underground pipelines under seismic effects. Magazine of Civil Engineering. 2020. 93(1). Pp. 97–120.
- [17] Sultanov K.S., Vatin N.I. Wave Theory of Seismic Resistance of Underground Pipelines // Appl. Sci. 2021, 11. P. –1797.

Дата поступления
28.04.2021

Султанов К.С. Ер ости қувурларининг сейсмик мустаҳкамлиги назарияларини қиёсий таҳлили

Аннотация. Ер ости қувурларининг сейсмик мустаҳкамлиги назарияларини солиштирма таҳлили асосида қувурлардаги бўйлама кучланишлар соддалаштирилган динамик ва тўлқин назариялари орқали аниқланди. Ҳисоблаш натижалари асосида кўриб чиқилган назарияларнинг афзаллик ва камчиликлари кўрсатилди. Динамик ва тўлқин назарияларининг асоси бўлган ер ости қувури ва грунтнинг ўзаро бўйлама таъсири қонунлари таҳлил қилинди. Ер ости қувурининг грунт билан ўзаро таъсир кучи, уларнинг нисбий силжишига боғлиқ бўлган кинематик типдаги қонуни билан, Кулон қонуни ягона ўзаро таъсир қонунининг иккинчи босқичи эканлиги исботланган. Ушбу ягоналикни ҳисобга олмаслик, қувурнинг бўйлама сейсмик кучланишини аниқлашда қўпол хатоликларга олиб келиши кўрсатилган.

Калит сўзлар: ер ости қувури; грунт мухити; ўзаро таъсир қонунлари; сейсмик мустаҳкамлик назариялари; тўлқин назарияси.

Sultanov K.S. Comparative analysis of the theory of seismic resistance of underground pipelines

Abstract. On the basis of the analysis of existing theories of seismic resistance, longitudinal seismic stresses in underground pipelines were determined according to a simplified, dynamic and wave theory. The advantages and disadvantages of the considered theories of seismic resistance are shown based on the results of calculations. The laws of longitudinal interaction of an underground pipeline with soil medium are analyzed; these laws are necessary for determining seismic stresses according to dynamic and wave theories. The unity of the law of interaction (friction) of the kinematic type, where the force of interaction depends on the pipe motion relative to soil and the Coulomb friction law, is proved. It is noted that ignoring the unity of these laws leads to significant errors in the values of longitudinal seismic stresses.

Keywords: underground pipelines; soil medium; laws of interaction; theories of seismic resistance; wave theory.

УДК 539.3

**ИЗГИБ И КОЛЕБАНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН С ТОЛСТЫМ
СЖИМАЕМЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ**

Усаров М.К., Усаров Д.М.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: umakhamatali@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена усовершенствованию теории трехслойных пластин с сжимаемым в поперечном направлении заполнителем и тонкими внешними слоями. Для внешних слоев принимается гипотеза Кирхгофа–Лява. В отличие от несущих слоев в заполнителе, кроме сил и моментов, появляются бимоменты за счет учета нелинейности закона распределения перемещения и напряжения. Приведены выражения силовых факторов, уравнения движения и граничные условия трехслойной пластины.

Ключевые слова: пластина; оболочка; изотроп материал; анизотроп материал; изгиб трехслойных пластин.

Введение. Среди многочисленных объектов изучения механики твердого деформируемого тела особое место занимают трехслойные пластины и оболочки, которые нашли свое внедрение в машиностроении, авиастроении, кораблестроении, приборостроении и строительстве. Разработка теории и методики расчета трехслойных пластинчатых и оболочечных конструкций при изгибах и колебаниях под действием различных внешних сил является одной из сложных проблем механики деформируемого тела. Динамический расчет трехслойных пластин и оболочек в рамках трехмерной динамической теории упругости всегда сопряжен с большими научными и техническими трудностями. Исследователи, которые занимались построением различных приближенных уточненных теорий и методиками расчета трехслойных пластин и оболочек, пользовались, в основном, рядом упрощающих гипотез.

Разработке теории и расчета трехслойных пластин и оболочек посвящено достаточно большое количество опубликованных научных работ. В работах [1, 2] приведен широкий обзор работ, посвященных теории и расчету изотропных и анизотропных трехслойных пластин и оболочек, в которых с учетом гипотезы ломаной линии обеспечивается непрерывность только касательных напряжений в межслойных контактных зонах.

В работе [3] рассмотрена задача о симметричном изгибе несимметричной по толщине упругой круговой трехслойной пластины с сжимаемым заполнителем. Для тонких несущих слоев приняты гипотезы Кирхгофа. В относительно толстом заполнителе учтены поперечный сдвиг, радиальные перемещения и прогиб, который изменяется линейно по толщине. Дифференциальные уравнения равновесия в усилиях получены с помощью вариационного метода Лагранжа. Постановка краевой задачи в перемещениях приведена в цилиндрической системе координат. Работы [4, 5] посвящены решению задачи собственных колебаний и определению основной частоты колебаний трехслойной пластины со свободными краями, у которой все четыре угла шарнирно закреплены. Определена основ-

ная частота колебаний трехслойной пластины, закрепленной только в одной центральной точке.

Монография [6] посвящена нестационарным колебаниям слоистых упругих и вязкоупругих пластин и пологих сферических и цилиндрических оболочек. Статьи [7, 8] посвящены собственным колебаниям прямоугольной трехслойной пластины для двух вариантов граничных условий на ее краях. В обоих случаях два противоположных края пластинки считаются шарнирно закрепленными. А два других края считаются в одном случае жестко закрепленными, а во втором случае - свободными от закрепления.

В работе [9] получены однородные решения уравнений упругих колебаний трехслойной пластины при скользящей заделке торцов и идеальном контакте слоев. В работе [10] рассмотрены собственные поперечные колебания трехслойных пластин, отличающихся большим разнообразием форм движения несущих слоев и заполнителя.

Работы [11] и [12] посвящены теории трехслойных пластин, построенной на основе гипотезы ломаной линии и точной теории упругости. Построены уравнения колебания внешних слоев и слоя заполнителя, а также граничные условия на краях пластины. В работах [13–16] рассмотрены задачи изгиба и колебаний трехслойной пластинки с толстым мягким заполнителем, который рассматривается как трехмерное тело. Определены собственные частоты, перемещения и напряжения в слоях и контактных зонах трехслойных пластин. Показано, что в частном случае полученные численные результаты хорошо согласуются с результатами точного расчета [12].

Надо отметить, что на современном этапе развиваются теории и методы расчета трехслойных пластин, с использованием теории колебания и изгиба толстых анизотропных пластин с учетом бимоментов [17, 18] применительно к расчету сейсмостойкости многоэтажных зданий и сооружений в рамках континуальной пластинчатой модели.

На современном этапе развития теории и расчета трехслойных пластин и оболочек имеется достаточно большое количество научных работ, опубликованных зарубежными авторами [19–27]. В статье [19, 20] исследуется динамическая устойчивость круговых трехслойных пластин из композитных материалов с вязкоупругими свойствами. Представлено динамическое поведение трехслойных кольцевых пластин из композитного материала. Пластина нагружается в своей плоскости с быстро увеличивающейся радиально сжимающей динамической силой и теряет свою устойчивость.

В работе [21] на основе теории Миндлина с использованием метода конечных элементов исследуется динамический изгиб многослойных композитных пластин с сотовым заполнителем на упругом основании под действием движущейся периодической нагрузки.

В работах [22–24] проведены исследования механического поведения многослойных композитных структур с отрицательным коэффициентом Пуассона с учетом деформации сдвига в слое сотового заполнителя. Исследованы динамические нелинейные задачи изгиба и колебаний многослойных композитных пластин с сотовым заполнителем с помощью аналитических методов.

Статья [25] посвящена точному аналитическому подходу к анализу свободных колебаний слоистых композитных и многослойных пластин на упругом основании на базе теории пластин с четырьмя неизвестными переменными. Авторы работы [26] разработали уточненную квазитрехмерную теорию сдвиговых деформаций для анализа многослойных пластин на двухпараметрическом упругом основании Пастернака при термомеханическом нагружении. В [27] проведен анализ вынужденных колебаний слоистых композитных оболочек, армированных пластинками из наноматериалов, с использованием метода конечных элементов.

В данной статье кратко приведены методики построения теории изгиба и колебаний трехслойных пластин с толстым сжимаемым в поперечном направлении заполнителем. Приводятся основные уравнения движения внешних слоев и слоя заполнителя, а также

граничные условия на краях пластины.

Внешние слои пластины считаем тонкими пластинами, подчиняющимися гипотезам Кирхгоффа – Лява, а заполнитель – трехмерным телом. Условимся считать несущие слои нижним и верхним слоями, а слой заполнителя – средним. Поля перемещений слоев описываем относительно прямоугольной декартовой системы координат (x_1, x_2, z) с началом на срединной плоскости заполнителя. Ось (Oz) направим по нормали к нижнему слою.

Предварительный научный анализ существующих уточненных теорий и полученные по ним результаты показывают, что принятые упрощающие гипотезы не являются универсальными. Эффективную общую двумерную теорию трехслойных пластин можно построить на основе метода разложения в степенной ряд по одной из координат, направленной по нормали к пластине. Поэтому необходимо создание новой теории трехслойных анизотропных пластин и оболочек в рамках теории упругости с целью повышения точности решения и достоверности получаемых численных результатов, а также развития теоретических научных фундаментальных исследований.

Надо отметить, что разработка новой эффективной теории многослойных коробчатых конструкций зданий и сооружений, описывающей трехмерное деформирование, является важным требованием при строительстве, в машиностроении и авиастроении. Такая модель здания ранее не рассматривалась, так как ее выбор и расчет является сложной научной проблемой в области строительной механики и механики деформируемого твердого тела. Тематика статьи посвящена решению этой проблемы, что позволит разработать эффективные аналитические и комбинированные аналитико-численные методы исследования, и алгоритмы решения пространственных задач теории сооружений для многослойных коробчатых конструкций.

В статье предложена теория изгиба и колебаний трехслойных пластин с заполнителем, сжимаемым в поперечном направлении [15, 16]. Внешние слои пластины считаем тонкими пластинами, подчиняющимися гипотезам Кирхгоффа–Лява. Считается, что материал заполнителя не подчиняется существующим упрощающим гипотезам и его уравнения движения построены в рамках бимоментной теории толстых пластин [17, 18], разработанной в рамках трехмерной теории упругости без упрощающих гипотез.

Постановка задачи

Исходя из общего случая, материалы слоев считаем упругими и ортотропными. Для ортотропных несущих слоев упругих материалов введем следующие обозначения:

$E_1^{(+)}, E_2^{(+)}, E_3^{(+)}$ – модули упругости; $G_{12}^{(+)}, G_{13}^{(+)}, G_{23}^{(+)}$ – модули сдвига; $\nu_{12}^{(+)}, \nu_{13}^{(+)}, \nu_{23}^{(+)}$ – коэффициенты Пуассона материала нижнего несущего слоя;

$E_1^{(-)}, E_2^{(-)}, E_3^{(-)}$ – модули упругости; $G_{12}^{(-)}, G_{13}^{(-)}, G_{23}^{(-)}$ – модули сдвига; $\nu_{12}^{(+)}, \nu_{13}^{(+)}, \nu_{23}^{(+)}$ – коэффициенты Пуассона материала верхнего несущего слоя;

E_1, E_2, E_3 – модули упругости; G_{12}, G_{13}, G_{23} – модули сдвига; $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ – коэффициенты Пуассона материала слоя заполнителя;

$H=2h$ – толщина заполнителя; $2h_\theta, 2h_n$ – толщины несущих слоев; a и b – размеры трехслойной пластины в плане.

Поле перемещения слоев описываем относительно прямоугольной декартовой системы координат (x_1, x_2, z) с началом на срединной плоскости заполнителя. Ось (Oz) направим по нормали к первому слою.

Перемещения верхнего несущего слоя задаем согласно гипотезе Кирхгоффа – Лява в виде $(-h-2h_\theta \leq z \leq -h)$:

$$U_{kz}^{(+)} = U_k^{(+)} - (z + h + h_\theta) \frac{\partial W^{(+)}}{\partial x_k}, \quad (k = 1, 2). \quad (1)$$

Аналогично закон распределения перемещений нижнего несущего слоя представим

в виде ($h \leq z \leq h + 2h_n$)

$$U_{kz}^{(-)} = U_k^{(-)} - (z - h - h_n) \frac{\partial W^{(-)}}{\partial x_k}, \quad (k=1,2). \quad (2)$$

Здесь $W^{(+)}$, $W^{(-)}$ – прогибы несущих слоев, $U_1^{(+)}$, $U_2^{(+)}$ и $U_1^{(-)}$, $U_2^{(-)}$ – перемещения средних плоскостей слоев.

Введем обозначения для перемещения контактных зон между слоями. Перемещения контактных зон $z=h$ и $z=-h$ между несущими слоями и заполнителем обозначим $u_1^{(+)}$, $u_2^{(+)}$, $u_3^{(+)}$ и $u_1^{(-)}$, $u_2^{(-)}$, $u_3^{(-)}$. Законы распределения перемещения несущих слоев (1) и (2) должны удовлетворять условиям непрерывности на поверхностях сопряжений $z=h$ и $z=-h$:

$$u_1^{(+)} = U_{1z}^{(+)}, \quad u_2^{(+)} = U_{2z}^{(+)}, \quad u_3^{(+)} = W^{(+)}, \quad (3)$$

$$u_1^{(-)} = U_{1z}^{(-)}, \quad u_2^{(-)} = U_{2z}^{(-)}, \quad u_3^{(-)} = W^{(-)}. \quad (4)$$

Пусть трехслойная пластина нагружена распределенными внешними поверхностными касательными $p_1^{(+)}$, $p_2^{(+)}$, $p_1^{(-)}$, $p_2^{(-)}$ и нормальными $p_3^{(+)}$, $p_3^{(-)}$ силами. Вследствие деформации слоев на поверхностях $z=h$ и $z=-h$ возникнут распределенные контактные напряжения $q_1^{(+)}$, $q_1^{(-)}$, $q_2^{(+)}$, $q_2^{(-)}$, $q_3^{(+)}$ и $q_3^{(-)}$.

Продольные и тангенциальные усилия нижнего несущего слоя определяются через неизвестные функции перемещений точек срединной поверхности нижнего несущего слоя: $U_1^{(+)}$, $U_2^{(+)}$

$$N_{11}^{(+)} = \int_h^{h+h_e} \sigma_{11} dz = B_{11}^{(+)} \frac{\partial U_1^{(+)}}{\partial x_1} + B_{12}^{(+)} \frac{\partial U_2^{(+)}}{\partial x_2}, \quad (5)$$

$$N_{12}^{(+)} = \int_h^{h+h_e} \sigma_{12} dz = S_{12}^{(+)} \left(\frac{\partial U_1^{(+)}}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2^{(+)}}{\partial x_1} \right), \quad N_{22}^{(+)} = \int_h^{h+h_e} \sigma_{22} dz = B_{12}^{(+)} \frac{\partial U_1^{(+)}}{\partial x_1} + B_{22}^{(+)} \frac{\partial U_2^{(+)}}{\partial x_2},$$

где $B_{11}^{(+)}$, $B_{22}^{(+)}$, $B_{12}^{(+)}$, $S_{12}^{(+)}$ – цилиндрические жесткости при растяжении и сжатии нижнего несущего слоя из ортотропного материала.

Изгибающие и крутящие моменты нижнего несущего слоя определяются через неизвестные функции прогиба точек нижнего несущего слоя $W^{(+)}$ в виде

$$M_{11}^{(+)} = \int_h^{h+h_e} \sigma_{11} z dz = -D_{11}^{(+)} \frac{\partial^2 W^{(+)}}{\partial x_1^2} - D_{12}^{(+)} \frac{\partial^2 W^{(+)}}{\partial x_2^2}, \quad (6)$$

$$M_{22}^{(+)} = \int_h^{h+h_e} \sigma_{22} z dz = -D_{12}^{(+)} \frac{\partial^2 W^{(+)}}{\partial x_1^2} - D_{22}^{(+)} \frac{\partial^2 W^{(+)}}{\partial x_2^2}, \quad M_{12}^{(+)} = \int_h^{h+h_e} \sigma_{12} z dz = -C_{12}^{(+)} \frac{\partial^2 W^{(+)}}{\partial x_1 \partial x_2},$$

где $D_{11}^{(+)}$, $D_{12}^{(+)}$, $D_{22}^{(+)}$, $C_{12}^{(+)}$ – цилиндрические жесткости нижнего несущего слоя из ортотропного материала при изгибе.

Перерезывающие силы нижнего несущего слоя определяем по формулам

$$Q_{13}^{(+)} = \frac{\partial M_{11}^{(+)}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{12}^{(+)}}{\partial x_2} - h_e q_1^{(+)}, \quad Q_{23}^{(+)} = \frac{\partial M_{21}^{(+)}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{22}^{(+)}}{\partial x_2} - h_e q_2^{(+)}. \quad (7)$$

Продольные и тангенциальные усилия верхнего несущего слоя $N_{kj}^{(-)}$ определяются через неизвестные функции перемещений точек срединной поверхности нижнего несущего слоя $U_1^{(-)}$, $U_2^{(-)}$ в виде

$$N_{11}^{(-)} = \int_{-h-h_n}^{-h} \sigma_{11} dz = B_{11}^{(-)} \frac{\partial U_1^{(-)}}{\partial x_1} + B_{12}^{(-)} \frac{\partial U_2^{(-)}}{\partial x_2}, \quad (8)$$

$$N_{12}^{(-)} = \int_{-h-h_n}^{-h} \sigma_{12} dz = S_{12}^{(+)} \left(\frac{\partial U_1^{(-)}}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2^{(-)}}{\partial x_1} \right), \quad N_{22}^{(-)} = \int_{-h-h_n}^{-h} \sigma_{22} dz = B_{12}^{(-)} \frac{\partial U_1^{(-)}}{\partial x_1} + B_{22}^{(-)} \frac{\partial U_2^{(-)}}{\partial x_2},$$

где $B_{11}^{(-)}$, $B_{11}^{(+)}$, $B_{12}^{(-)}$, $S_{12}^{(-)}$ – цилиндрические жесткости верхнего несущего слоя из ортотропного материала при растяжении и сжатии.

Изгибающие и крутящие моменты верхнего несущего слоя имеют выражения

$$\begin{aligned} M_{11}^{(-)} &= \int_{-h-h_n}^{-h} \sigma_{11} z dz = -D_{11} \frac{\partial^2 W^{(-)}}{\partial x_1^2} - D_{12} \frac{\partial^2 W^{(-)}}{\partial x_2^2}, \\ M_{22}^{(-)} &= \int_{-h-h_n}^{-h} \sigma_{22} z dz = -D_{12} \frac{\partial^2 W^{(-)}}{\partial x_1^2} - D_{22} \frac{\partial^2 W^{(-)}}{\partial x_2^2}, \quad M_{12}^{(-)} = \int_{-h-h_n}^{-h} \sigma_{12} z dz = -C_{12} \frac{\partial^2 W^{(-)}}{\partial x_1 \partial x_2}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $D_{11}^{(-)}$, $D_{11}^{(+)}$, $D_{12}^{(-)}$, $C_{12}^{(-)}$ – цилиндрические жесткости верхнего несущего слоя из ортотропного материала при изгибе; $W^{(-)}$ – неизвестные функции перемещений и прогибов точек срединной поверхности верхнего несущего слоя.

Перерезывающие силы верхнего несущего слоя определяем по формулам

$$Q_{13}^{(-)} = \frac{\partial M_{11}^{(-)}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{12}^{(-)}}{\partial x_2} - h_n q_1^{(-)}, \quad Q_{23}^{(-)} = \frac{\partial M_{21}^{(-)}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{22}^{(-)}}{\partial x_2} - h_n q_2^{(-)}. \quad (10)$$

Введем следующие обозначения для внутренних силовых факторов пластины. Полу-суммы внутренних продольных и касательных усилий и моментов обозначим в виде

$$\bar{N}_{ij} = N_{ij}^{(+)} + N_{ij}^{(-)}, \quad \bar{M}_{ij} = M_{ij}^{(+)} - M_{ij}^{(-)}, \quad \bar{Q}_{i3} = Q_{i3}^{(+)} - Q_{i3}^{(-)}, \quad (i, j = 1, 2). \quad (11)$$

Полуразности внутренних продольных касательных усилий определяют сдвиговые моменты в виде

$$\tilde{P}_{ij} = N_{ij}^{(+)} - N_{ij}^{(-)}, \quad \tilde{M}_{ij} = M_{ij}^{(+)} + M_{ij}^{(-)}, \quad \tilde{Q}_{i3} = Q_{i3}^{(+)} + Q_{i3}^{(-)}, \quad (i, j = 1, 2). \quad (12)$$

Введем следующие обобщенные контактные напряжения с помощью контактных напряжений, определяемых в виде

$$\bar{q}_k = \frac{q_k^{(+)} - q_k^{(-)}}{2}, \quad \tilde{q}_k = \frac{q_k^{(+)} + q_k^{(-)}}{2}, \quad (k = 1, 2), \quad \bar{q}_3 = \frac{q_3^{(+)} + q_3^{(-)}}{2}, \quad \tilde{q}_3 = \frac{q_3^{(+)} - q_3^{(-)}}{2}. \quad (13)$$

Полусуммы и полуразности внешних касательных напряжений обозначим в виде

$$\bar{p}_k = p_k^{(+)} - p_k^{(-)}, \quad (k = 1, 2), \quad \bar{p}_3 = p_3^{(+)} + p_3^{(-)}, \quad (14, a)$$

$$\tilde{p}_k = p_k^{(+)} + p_k^{(-)}, \quad (k = 1, 2), \quad \tilde{p}_3 = p_3^{(+)} - p_3^{(-)}. \quad (14, b)$$

Уравнения движения несущих слоев относительно продольных и сдвиговых усилий получены в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{N}_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{N}_{12}}{\partial x_2} + 2\bar{q}_1 - 2\bar{p}_1 - 4(\rho_n h_n + \rho_6 h_6) \ddot{U}_1 - 4(\rho_n h_n - \rho_6 h_6) \ddot{U}_1 &= 0, \\ \frac{\partial \bar{N}_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{N}_{22}}{\partial x_2} + 2\bar{q}_2 - 2\bar{p}_2 - 4(\rho_n h_n + \rho_6 h_6) \ddot{U}_2 - 4(\rho_n h_n - \rho_6 h_6) \ddot{U}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь ρ_n , ρ_6 – плотности несущих слоев.

Уравнения движения несущих слоев, полученные за счет поперечного обжатия заполнителя, получены в виде

$$\begin{aligned} 2 \frac{\partial^2 \bar{M}_{11}}{\partial x_1^2} + 4 \frac{\partial^2 \bar{M}_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} + 2 \frac{\partial^2 \bar{M}_{22}}{\partial x_2^2} + (h_n + h_6) \frac{\partial \bar{q}_1}{\partial x_1} + (h_n + h_6) \frac{\partial \bar{q}_2}{\partial x_2} + (h_n - h_6) \frac{\partial \tilde{q}_1}{\partial x_1} + (h_n - h_6) \frac{\partial \tilde{q}_2}{\partial x_2} - \\ - (h_n + h_6) \frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial x_1} - (h_n + h_6) \frac{\partial \tilde{p}_2}{\partial x_2} - (h_n - h_6) \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x_1} - (h_n - h_6) \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial x_2} - \\ - 4(\rho_n h_n + \rho_6 h_6) \ddot{W} - 4(\rho_n h_n - \rho_6 h_6) \ddot{W} = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнения движения несущих слоев относительно сдвиговых моментов имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{P}_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{P}_{12}}{\partial x_2} + 2\tilde{q}_1 - 2\tilde{p}_1 - 4(\rho_n h_n + \rho_6 h_6)\ddot{U}_1 - 4(\rho_n h_n - \rho_6 h_6)\ddot{U}_1 &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{P}_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{P}_{22}}{\partial x_2} + 2\tilde{q}_2 - 2\tilde{p}_2 - 4(\rho_n h_n + \rho_6 h_6)\ddot{U}_2 - 4(\rho_n h_n - \rho_6 h_6)\ddot{U}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнения движения изгибных колебаний несущих слоев получены в виде

$$\begin{aligned} 2\frac{\partial^2 \tilde{M}_{11}}{\partial x_1^2} + 4\frac{\partial^2 \tilde{M}_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} + 2\frac{\partial^2 \tilde{M}_{22}}{\partial x_2^2} - 4(\rho_n h_n + \rho_6 h_6)\ddot{W} - 4(\rho_n h_n - \rho_6 h_6)\ddot{W} + \\ + (h_n + h_6)\frac{\partial \tilde{q}_1}{\partial x_1} + (h_n + h_6)\frac{\partial \tilde{q}_2}{\partial x_2} + (h_n - h_6)\frac{\partial \tilde{q}_1}{\partial x_1} + (h_n - h_6)\frac{\partial \tilde{q}_2}{\partial x_2} - \\ - (h_n + h_6)\frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial x_1} - (h_n + h_6)\frac{\partial \tilde{p}_2}{\partial x_2} - (h_n - h_6)\frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial x_1} - (h_n - h_6)\frac{\partial \tilde{p}_2}{\partial x_2} = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Используя закон распределения перемещений несущих слоев (1), (2) и условия непрерывности перемещений (3), (4) в зоне соприкосновения слоев $z=+h$ и $z=-h$, получим выражения:

$$u_k^{(+)} = U_k^{(+)} + h_n \frac{\partial W^{(+)}}{\partial x_k}, \quad u_k^{(-)} = U_k^{(-)} - h_6 \frac{\partial W^{(-)}}{\partial x_k}, \quad (k = 1, 2). \quad (19)$$

Заполнитель рассмотрим как трехмерное тело [17, 18], нагруженное поверхностными напряжениями $q_1^{(+)}$, $q_1^{(-)}$, $q_3^{(+)}$ и $q_1^{(-)}$, $q_1^{(-)}$, $q_3^{(-)}$, материал которого подчиняется обобщенному закону Гука:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} = E_{11}\varepsilon_{11} + E_{12}\varepsilon_{22} + E_{13}\varepsilon_{33}, \quad \sigma_{22} = E_{21}\varepsilon_{11} + E_{22}\varepsilon_{22} + E_{23}\varepsilon_{33}, \quad \sigma_{33} = E_{31}\varepsilon_{11} + E_{32}\varepsilon_{22} + E_{33}\varepsilon_{33}, \\ \sigma_{12} = 2G_{12}\varepsilon_{12}, \quad \sigma_{13} = 2G_{13}\varepsilon_{13}, \quad \sigma_{23} = 2G_{23}\varepsilon_{23}, \end{aligned}$$

где E_{11} , E_{11}, \dots, E_{33} – упругие константы, определяемые через коэффициенты Пуассона и модули упругости, которые приведены в [17, 18]; G_{12} , G_{13} , G_{23} – модули сдвига материала заполнителя.

В отличие от классической теории пластин компоненты вектора перемещения определяются в виде функций трех пространственных координат и времени $u_1(x_1, x_2, z, t)$, $u_2(x_1, x_2, z, t)$, $u_3(x_1, x_2, z, t)$. Компоненты тензора деформации определяются соотношениями Коши.

Компоненты вектора перемещения разлагаем в ряд Маклорена в виде [17, 18]:

$$u_k = B_0^{(k)} + B_1^{(k)} \frac{z}{h} + B_2^{(k)} \left(\frac{z}{h}\right)^2 + B_3^{(k)} \left(\frac{z}{h}\right)^3 + \dots + B_m^{(k)} \left(\frac{z}{h}\right)^m, \quad (k = 1, 2) \quad (20)$$

$$u_3 = A_0 + A_1 \frac{z}{h} + A_2 \left(\frac{z}{h}\right)^2 + A_3 \left(\frac{z}{h}\right)^3 + \dots + A_m \left(\frac{z}{h}\right)^m, \quad (21)$$

где $B_m^{(k)}$, A_m – неизвестные функции двух пространственных координат и времени.

Отметим, что движения точек заполнителя в рамках бимоментной теории пластин [17, 18] описываются двумя задачами.

Для описания первой задачи введем силы и бимоменты с помощью девяти неизвестных функций $\bar{\psi}_1$, $\bar{\psi}_2$, $\bar{\beta}_1$, $\bar{\beta}_2$, \bar{u}_1 , \bar{u}_2 , \bar{r} , $\bar{\gamma}$, \bar{W} , которые определяются следующими соотношениями:

$$\bar{u}_k = \frac{u_k^{(+)} + u_k^{(-)}}{2}, \quad (k = 1, 2), \quad \bar{W} = \frac{u_3^{(+)} - u_3^{(-)}}{2}, \quad (22)$$

$$\bar{\psi}_k = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h u_k dz, \quad \bar{\beta}_k = \frac{1}{2h^3} \int_{-h}^h u_k z^2 dz \quad (k = 1, 2), \quad \bar{r} = \frac{1}{2h^2} \int_{-h}^h u_3 z dz, \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{2h^4} \int_{-h}^h u_3 z^3 dz. \quad (23)$$

Для описания второй задачи введем силы, моменты и бимоменты с помощью девяти неизвестных функций $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{r}, \tilde{\gamma}, \tilde{W}$, которые определяются по следующим формулам:

$$\tilde{u}_k = \frac{u_k^{(+)} - u_k^{(-)}}{2}, \quad (k=1,2), \quad \tilde{W} = \frac{u_3^{(+)} + u_3^{(-)}}{2}, \quad (24)$$

$$\tilde{\psi}_k = \frac{1}{2h^2} \int_{-h}^h u_k z dz, \quad \tilde{\beta}_k = \frac{1}{2h^4} \int_{-h}^h u_k z^3 dz \quad (k=1,2), \quad \tilde{r} = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h u_3 dz, \quad \tilde{\gamma} = \frac{1}{2h^3} \int_{-h}^h u_3 z^2 dz. \quad (25)$$

Силы и бимоменты первой задачи определяются по формулам

$$N_{ij} = \int_{-h}^h \sigma_{ij} dz, \quad T_{ij} = \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h \sigma_{ij} z^2 dz \quad (i, j=1,2), \quad (26)$$

$$\bar{p}_{k3} = \frac{1}{2h^2} \int_{-h}^h \sigma_{k3} z dz, \quad \bar{\tau}_{k3} = \frac{1}{2h^4} \int_{-h}^h \sigma_{k3} z^3 dz, \quad (k=1,2), \quad \bar{p}_{33} = \frac{1}{2h^2} \int_{-h}^h \sigma_{33} z dz, \quad \bar{\tau}_{33} = \frac{1}{2h^4} \int_{-h}^h \sigma_{33} z^3 dz. \quad (27)$$

$$\bar{p}_{33} = \frac{1}{2h^2} \int_{-h}^h \sigma_{33} z dz, \quad \bar{\tau}_{33} = \frac{1}{2h^4} \int_{-h}^h \sigma_{33} z^3 dz. \quad (28)$$

Уравнения движения симметричной задачи толстого заполнителя пластины, построенные в [15, 16] относительно внутренних сил и бимоментов (26) – (28), имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial N_{12}}{\partial x_2} + 2\bar{q}_1 &= \rho H \ddot{\tilde{\psi}}_1, & \frac{\partial N_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial N_{22}}{\partial x_2} + 2\bar{q}_2 &= \rho H \ddot{\tilde{\psi}}_2, \\ \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} - 4\bar{p}_{13} + 2\bar{q}_1 &= \rho H \ddot{\tilde{\beta}}_1, & \frac{\partial T_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{22}}{\partial x_2} - 4\bar{p}_{23} + 2\bar{q}_2 &= \rho H \ddot{\tilde{\beta}}_2, \\ \frac{\partial \bar{p}_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{p}_{23}}{\partial x_2} - \frac{2\bar{p}_{33}}{H} + \frac{2\bar{q}_3}{H} &= \rho \ddot{\tilde{r}}, & \frac{\partial \bar{\tau}_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{\tau}_{23}}{\partial x_2} - \frac{6\bar{\tau}_{33}}{H} + \frac{2\bar{q}_3}{H} &= \rho \ddot{\tilde{\gamma}}. \end{aligned} \quad (29)$$

Система из шести дифференциальных уравнений движения (29) содержит девять неизвестных функций $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{r}, \tilde{\gamma}, \tilde{W}$.

Вторая задача описывается уравнениями относительно сил, моментов и бимоментов, определяемых соотношениями

$$M_{ij} = \int_{-h}^h \sigma_{ij} z dz, \quad Q_{i3} = \int_{-h}^h \sigma_{i3} dz, \quad (i, j=1,2), \quad (30)$$

$$P_{ij} = \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h \sigma_{ij} z^3 dz, \quad \tilde{p}_{i3} = \frac{1}{2h^3} \int_{-h}^h \sigma_{i3} z^2 dz, \quad (i=1,2), \quad \tilde{\tau}_{33} = \frac{1}{2h^4} \int_{-h}^h \sigma_{33} z^3 dz. \quad (31)$$

Уравнения движения асимметричной задачи толстого заполнителя пластины [15, 16] относительно изгибающих, крутящих моментов, перерезывающих сил и относительно продольных, поперечных бимоментов (30), (31) запишутся в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x_2} - Q_{13} + H\tilde{q}_1 &= \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\psi}}_1, & \frac{\partial M_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{22}}{\partial x_2} - Q_{23} + H\tilde{q}_2 &= \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\psi}}_2, \\ \frac{\partial P_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{12}}{\partial x_2} - 3\tilde{p}_{13} + H\tilde{q}_1 &= \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\beta}}_1, & \frac{\partial P_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial P_{22}}{\partial x_2} - 3\tilde{p}_{23} + H\tilde{q}_2 &= \frac{H^2}{2} \rho \ddot{\tilde{\beta}}_2, \\ \frac{\partial Q_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial x_2} + 2\tilde{q}_3 &= \rho H \ddot{\tilde{r}}, & H \frac{\partial \tilde{p}_{13}}{\partial x_1} + H \frac{\partial \tilde{p}_{23}}{\partial x_2} - 4\tilde{p}_{33} + 2\tilde{q}_3 &= H \rho \ddot{\tilde{\gamma}}. \end{aligned} \quad (32)$$

Система из шести дифференциальных уравнений движения (32) включает девять неизвестных функций $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{r}, \tilde{\gamma}, \tilde{W}$.

В итоге с учетом восьми членов рядов Маклорена (20) и (21) получаем выражения контактных напряжений. Для симметричной задачи имеем уравнения относительно контактных напряжений через неизвестные обобщенные функции $B_1^{(1)} = -0.8685HE_1/q_0, B_1^{(2)} = -0.8685HE_1/q_0, A_0 = 3.3089HE_1/q_0$ в виде

$$\begin{aligned}\bar{q}_1 &= G_{13} \left(15\bar{\psi}_1 + 20\bar{u}_1 - 105\bar{\beta}_1 + H \frac{\partial \bar{W}}{\partial x_1} \right), \quad \bar{q}_2 = G_{23} \left(15\bar{\psi}_2 + 20\bar{u}_2 - 105\bar{\beta}_2 + H \frac{\partial \bar{W}}{\partial x_2} \right), \\ \bar{q}_3 &= E_{33} (105\bar{r} + 30\bar{W} - 315\bar{\gamma}) + E_{31} H \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} + E_{32} H \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2}.\end{aligned}\quad (33)$$

А для асимметричной задачи имеем уравнения относительно контактных напряжений через неизвестные обобщенные функции $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{W}$ в виде

$$\begin{aligned}\tilde{q}_1 &= G_{13} \left(105\tilde{\psi}_1 + 30\tilde{u}_1 - 315\tilde{\beta}_1 + H \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_1} \right), \quad \tilde{q}_2 = G_{23} \left(105\tilde{\psi}_2 + 30\tilde{u}_2 - 315\tilde{\beta}_2 + H \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_2} \right), \\ \tilde{q}_3 &= E_{33} (15\tilde{r} + 20\tilde{W} - 105\tilde{\gamma}) + E_{31} H \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} + E_{32} H \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_2}.\end{aligned}\quad (34)$$

Таким образом, построены выражения (33) и (34) контактных напряжений перемещения симметричной и асимметричной задач теории трехслойных пластин.

Уравнения движения несущих слоев (15), (16) с уравнениями движения заполнителя (29) и уравнения движения несущих слоев (17), (18) с уравнениями движения заполнителя (32) с учетом выражений (33), (34) составляют совместные системы уравнений движений точек слоев трехслойной пластины относительно неизвестных обобщенных перемещений, определяемых формулами (22) – (25).

Граничные условия задачи задаются относительно обобщенных перемещений (22) – (25), или относительно силовых факторов (11), (12) и (26) – (28), (30), (31), в зависимости от условий поставленных задач.

Если на крае пластины перемещения равны нулю, то имеем:

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_1 = 0, \quad \bar{\psi}_2 = 0, \quad \bar{\beta}_1 = 0, \quad \bar{\beta}_2 = 0, \quad \bar{r} = 0, \quad \bar{\gamma} = 0, \quad \bar{U}_1 = 0, \quad \bar{U}_2 = 0, \quad \bar{W} = 0, \quad \bar{W}_{,1} = 0, \\ \tilde{\psi}_1 = 0, \quad \tilde{\psi}_2 = 0, \quad \tilde{\beta}_1 = 0, \quad \tilde{\beta}_2 = 0, \quad \tilde{r} = 0, \quad \tilde{\gamma} = 0, \quad \tilde{U}_1 = 0, \quad \tilde{U}_2 = 0, \quad \tilde{W} = 0, \quad \tilde{W}_{,1} = 0.\end{aligned}\quad (35)$$

$$\begin{aligned}\text{Если край пластины свободен от опор, то граничные условия имеют следующий вид:} \\ N_{11} = 0, \quad N_{12} = 0, \quad T_{11} = 0, \quad T_{12} = 0, \quad \bar{p}_{13} = 0, \quad \bar{r}_{13} = 0, \quad \bar{N}_{11} = 0, \quad \bar{N}_{12} = 0, \quad \bar{M}_{11} = 0, \quad \bar{Q}_{13} = 0, \\ M_{11} = 0, \quad M_{12} = 0, \quad P_{11} = 0, \quad P_{12} = 0, \quad Q_{13} = 0, \quad \tilde{p}_{13} = 0, \quad \tilde{P}_{11} = 0, \quad \tilde{P}_{12} = 0, \quad \tilde{M}_{22} = 0, \quad \tilde{Q}_{13} = 0.\end{aligned}\quad (36)$$

Если край пластины оперт, то имеем граничные условия в виде

$$\begin{aligned}N_{11} = 0, \quad N_{12} = 0, \quad T_{11} = 0, \quad T_{12} = 0, \quad \bar{r} = 0, \quad \bar{\gamma} = 0, \quad \bar{N}_{11} = 0, \quad \bar{N}_{12} = 0, \quad \bar{M}_{11} = 0, \quad \bar{W} = 0, \\ M_{11} = 0, \quad M_{12} = 0, \quad P_{11} = 0, \quad P_{12} = 0, \quad \tilde{r} = 0, \quad \tilde{\gamma} = 0, \quad \tilde{P}_{11} = 0, \quad \tilde{P}_{12} = 0, \quad \tilde{M}_{11} = 0, \quad \tilde{W} = 0.\end{aligned}\quad (37)$$

Если край пластины оперт и отсутствует перемещение по направлению к касательному контуру, то имеем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned}N_{11} = 0, \quad T_{11} = 0, \quad \bar{\psi}_2 = 0, \quad \bar{\beta}_2 = 0, \quad \bar{r} = 0, \quad \bar{\gamma} = 0, \quad \bar{N}_{11} = 0, \quad \bar{u}_2 = 0, \quad \bar{M}_{11} = 0, \quad \bar{W} = 0, \\ M_{11} = 0, \quad P_{11} = 0, \quad \tilde{\psi}_2 = 0, \quad \tilde{\beta}_2 = 0, \quad \tilde{r} = 0, \quad \tilde{\gamma} = 0, \quad \tilde{P}_{11} = 0, \quad \tilde{u}_2 = 0, \quad \tilde{M}_{11} = 0, \quad \tilde{W} = 0.\end{aligned}\quad (38)$$

Таким образом, созданы теория и методика расчета трехслойных пластин с сжимающим пространственным заполнителем. Отметим, что предлагаемая теория трехслойных пластин построена с высокой точностью и составляет методику расчета трехслойной пластины при воздействии статических и динамических нагрузок, а также является основополагающей при построении динамической континуальной слоистой пластинчатой модели многоэтажных зданий и способна учитывать их слоистую и дискретную структуру.

Максимальные напряжения точек верхней лицевой поверхности слоя заполнителя $z = -h$ определяем по следующей формуле:

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{(-)} = \bar{\sigma}_{11} - \tilde{\sigma}_{11}, \quad \sigma_{22}^{(-)} = \bar{\sigma}_{22} - \tilde{\sigma}_{22}, \quad \sigma_{33}^{(-)} = \bar{\sigma}_{33} - \tilde{\sigma}_{33}, \\ \sigma_{13}^{(-)} = \tilde{\sigma}_{13} - \bar{\sigma}_{13}, \quad \sigma_{23}^{(-)} = \tilde{\sigma}_{23} - \bar{\sigma}_{23}, \quad \sigma_{12}^{(-)} = \bar{\sigma}_{12} - \tilde{\sigma}_{12}.\end{aligned}\quad (39)$$

Максимальные напряжения точек нижней лицевой поверхности слоя заполнителя $z=+h$ определяем по следующей формуле:

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{(+)} &= \bar{\sigma}_{11} + \tilde{\sigma}_{11}, \quad \sigma_{22}^{(+)} = \bar{\sigma}_{22} + \tilde{\sigma}_{22}, \quad \sigma_{33}^{(+)} = \bar{\sigma}_{33} + \tilde{\sigma}_{33}, \\ \sigma_{13}^{(+)} &= \tilde{\sigma}_{13} + \bar{\sigma}_{13}, \quad \sigma_{23}^{(+)} = \tilde{\sigma}_{23} + \bar{\sigma}_{23}, \quad \sigma_{12}^{(-)} = \bar{\sigma}_{12} + \tilde{\sigma}_{12}.\end{aligned}\quad (40)$$

Используя выражения касательных напряжений в срединной плоскости заполнителя [17, 18], получим выражения

$$\begin{aligned}\sigma_{13}^{(0)} &= G_{13} \left(\frac{15}{4H} \left(\tilde{U}_1 + \frac{35}{2} \tilde{\psi}_1 - \frac{63}{2} \tilde{\beta}_1 \right) + \frac{15}{16} \left(3 \frac{\partial \tilde{r}}{\partial x_1} - 7 \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial x_1} \right) + \left(\frac{3}{8} + \frac{15(h_u + h_e)}{8} \right) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_1} \right), \\ \sigma_{23}^{(0)} &= G_{23} \left(\frac{15}{4H} \left(\tilde{U}_2 + \frac{35}{2} \tilde{\psi}_2 - \frac{63}{2} \tilde{\beta}_2 \right) + \frac{15}{16} \left(3 \frac{\partial \tilde{r}}{\partial x_2} - 7 \frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial x_2} \right) + \left(\frac{3}{8} + \frac{15(h_u + h_e)}{8} \right) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_2} \right).\end{aligned}\quad (41)$$

Поперечный изгиб трехслойных пластин

Предположим, что все края прямоугольной трехслойной пластины оперт и отсутствует перемещение по направлению к касательному контуру. Тогда имеем следующие граничные условия:

при $x_1 = 0$ и $x_1 = a$:

$$\begin{aligned}N_{11} = 0, \quad T_{11} = 0, \quad \bar{\psi}_2 = 0, \quad \bar{\beta}_2 = 0, \quad \bar{r} = 0, \quad \bar{\gamma} = 0, \quad \bar{N}_{11} = 0, \quad \bar{u}_2 = 0, \quad \bar{M}_{11} = 0, \quad \bar{W} = 0, \\ M_{11} = 0, \quad P_{11} = 0, \quad \tilde{\psi}_2 = 0, \quad \tilde{\beta}_2 = 0, \quad \tilde{r} = 0, \quad \tilde{\gamma} = 0, \quad \tilde{P}_{11} = 0, \quad \tilde{u}_2 = 0, \quad \tilde{M}_{11} = 0, \quad \tilde{W} = 0;\end{aligned}\quad (42)$$

при $x_2 = 0$ и $x_2 = b$:

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_1 = 0, \quad \bar{\beta}_1 = 0, \quad N_{22} = 0, \quad T_{22} = 0, \quad \bar{r} = 0, \quad \bar{\gamma} = 0, \quad \bar{u}_1 = 0, \quad \bar{N}_{22} = 0, \quad \bar{M}_{22} = 0, \quad \bar{W} = 0, \\ \tilde{\psi}_1 = 0, \quad \tilde{\beta}_1 = 0, \quad M_{22} = 0, \quad P_{22} = 0, \quad \tilde{r} = 0, \quad \tilde{\gamma} = 0, \quad \tilde{u}_2 = 0, \quad \tilde{P}_{22} = 0, \quad \tilde{M}_{22} = 0, \quad \tilde{W} = 0.\end{aligned}\quad (43)$$

Аналитическое решение задачи изгиба трехслойных пластин, удовлетворяющее граничным условиям на краях пластин (42) и (43), будем искать в виде тригонометрических функций.

Для слоя заполнителя решение уравнения, описывающее растяжение-сжатие с учетом поперечного обжатия пластины (29) и (33), запишется в виде

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_1 = \bar{C}_1 \cos\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \quad \bar{\psi}_2 = \bar{C}_2 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \quad \bar{\beta}_1 = \bar{C}_3 \cos\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \\ \bar{\beta}_2 = \bar{C}_4 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \quad \bar{r} = \bar{C}_5 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \quad \bar{\gamma} = \bar{C}_6 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{b}\right).\end{aligned}\quad (44)$$

Для слоя заполнителя решение уравнения, описывающее поперечный изгиб с учетом поперечного сдвига и обжатия пластины (32) и (34), запишется в виде

$$\begin{aligned}\tilde{\psi}_1 = \tilde{C}_1 \cos\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \quad \tilde{\psi}_2 = \tilde{C}_2 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \quad \tilde{\beta}_1 = \tilde{C}_3 \cos\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \\ \tilde{\beta}_2 = \tilde{C}_4 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \quad \tilde{r} = \tilde{C}_5 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \quad \tilde{\gamma} = \tilde{C}_6 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{b}\right).\end{aligned}\quad (45)$$

Решение уравнения (15), (16), описывающее растяжение-сжатие несущих слоев, запишется в виде

$$\bar{U}_1 = \bar{C}_7 \cos\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \quad \bar{U}_2 = \bar{C}_8 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \quad \bar{W} = \bar{C}_9 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{b}\right).\quad (46)$$

Решение уравнения (17), (18), описывающее поперечный изгиб и взаимное смещение несущих слоев, запишется в виде

$$\tilde{U}_1 = \tilde{C}_7 \cos\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y x_2}{b}\right), \quad \tilde{U}_2 = \tilde{C}_8 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi x_2}{b}\right), \quad \tilde{W} = \tilde{C}_9 \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{b}\right),\quad (47)$$

где $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \dots, \tilde{C}_8, \tilde{C}_9$ – неизвестные постоянные.

Неизвестные постоянные $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \dots, \tilde{C}_8, \tilde{C}_9$ определяются подстановкой решения (44) – (47) в уравнения равновесия несущих слоев (16), (17), (18), (19) и в уравнения равновесия слоя заполнителя (29), (32) с учетом выражений (33) и (34).

Целью исследования является определение и оценка максимальных напряжений внешних слоев и слоя заполнителя, а также контактных касательных и нормальных напряжений.

Расчеты выполнены для трехслойных пластин симметричного строения при следующих численных значениях параметров. Коэффициенты Пуассона слоев принимались равными: $\nu_{21}^{(+)} = \nu_{21}^{(-)} = \nu_{31} = 0.3$. Отношение толщины несущих слоев к толщине заполнителя принято следующим: $h_n/h = 0.4$ и отношения толщины трехслойной пластины к размеру пластины в плане $H_0/a = 1/3$ (здесь H_0 – общая толщина трехслойной пластины).

В табл. 1 и 2 приведены полученные численные результаты задачи изгиба трехслойной пластины соответственно для трех значений коэффициента Пуассона несущих слоев $\nu_{21}^{(+)} = 0.2; 0.3; 0.4$ при $G_{12}^{(+)} / G_{13} = 10$.

В табл. 1 приведены максимальные значения безразмерных напряжений $\sigma_{11}^{(-)} / q_0$ и $\sigma_{11}^{(+)} / q_0$ и прогибов $W^{(-)} E / q_0 H$ и $W^{(+)} E / q_0 H$ на верхнем и нижнем слоях трехслойной пластины соответственно.

Анализ численных результатов показал, что напряженно-деформированное состояние слоев трехслойной пластины существенно зависит от значений коэффициента Пуассона несущих слоев. С увеличением коэффициента Пуассона $\nu_{21}^{(+)}$ значительно увеличиваются нормальные напряжения, а прогибы в обоих несущих слоях, наоборот, уменьшаются.

Таблица 1

Максимальные значения напряжения и прогиба несущих слоев

$\nu_{21}^{(+)}$	$\sigma_{11}^{(-)} / q_0$	$W^{(-)} E / q_0 H$	$\sigma_{11}^{(+)} / q_0$	$W^{(+)} E / q_0 H$
0.2	-6.693	9.612	6.804	9.197
0.3	-7.402	9.011	7.599	8.603
0.4	-8.301	8.502	8.402	8.024

Следует отметить, что напряжения σ_{11} верхнего слоя сжимающие, а напряжения нижнего слоя – растягивающие и они по значению отличаются друг от друга. Расчеты показывают, что увеличение механических параметров $\nu_{21}^{(+)}$ приводит к существенному уменьшению прогибов несущих слоев. Прогибы верхнего и нижнего несущего слоев отличаются друг от друга до 20%.

В табл. 2 приведены значения контактных касательных напряжений σ_{13} и нормальных напряжений σ_{33} в верхней и нижней контактных зонах слоев, а также касательные напряжения и прогиб в срединной плоскости заполнителя. Как видим, изменение коэффициента Пуассона несущих слоев мало влияет на значения контактного касательного σ_{13} и нормального напряжения σ_{33} , но существенно влияет на прогиб.

Таблица 2

Максимальные значения напряжения и прогиба слоя заполнителя

$\nu_{21}^{(+)}$	$\sigma_{13}^{(-)} / q_0$	$\sigma_{33}^{(-)} / q_0$	$\sigma_{13}^{(+)} / q_0$	$\sigma_{33}^{(+)} / q_0$	$\sigma_{13}^{(0)} / q_0$	$A_0 E / q_0 H$
0.2	0.923	1.162	0.981	-0.168	0.981	9.403
0.3	0.920	1.165	0.979	-0.171	0.972	8.889
0.4	0.917	1.169	0.971	-0.174	0.963	8.342

Следует отметить, что для трехслойных пластин важную роль играют контактные касательные σ_{13} и нормальные σ_{33} напряжения, а также напряжения в срединной плоскости заполнителя.

Следует отметить, что на напряженно-деформированное состояние трехслойной пластины существенно влияют значения отношения его геометрических размеров H_0/a . Отметим, что с уменьшением относительной толщины увеличиваются значения нормального напряжения внешних слоев σ_{11} , контактное касательное напряжение σ_{13} и прогибы всех слоев.

Если учесть, что жесткость заполнителя мала, то можно заметить, что при таких контактных напряжениях, превышающих в несколько раз значения внешних нагрузок, трехслойные пластины расслаиваются и выходят из строя.

Сопоставляя полученные численные результаты при изгибе трехслойных пластин с результатами, приведенными в [12], можно убедиться, что значения нормальных напряжений внешних слоев и касательных напряжений в срединной плоскости заполнителя совпадают с высокой точностью. Расхождения результатов двух расчетов составляют примерно 1 – 1.5%.

Расчеты показывают, что максимальные значения касательного контактного напряжения существенно изменяются с изменением механико-геометрических параметров пластины. С уменьшением отношения толщины заполнителя к размеру пластины резко увеличиваются значения касательного напряжения при всех значениях параметров. Для пластин с заполнителем средней толщины, т.е. $H/a \leq 0.1$, значения касательного напряжения примерно в 2-3 раза больше, чем значения внешней нагрузки, что может привести к расслоению трехслойной пластины. Увеличение толщины заполнителя приводит к резкому уменьшению касательного контактного напряжения между слоями. Для трехслойных пластин это явление может привести к сближению внешних слоев, что не отвечает требованиям для обеспечения прочности. Нужно отметить, что учет растяжения и сжатия срединной поверхности заполнителя играет существенную роль при определении контактных напряжений. Отметим, что изменения значений коэффициента Пуассона заполнителя не приводят к существенному изменению напряжений. В срединной плоскости заполнителя напряжения σ_{11} , σ_{12} и σ_{22} принимают незначительные значения. Поэтому их значения не приводятся.

Свободные колебания трехслойной пластины с толстым заполнителем

Приведем решение задачи собственных изгибно-сдвиговых колебаний трехслойной пластины с ортотропным заполнителем симметричного строения. Уравнения движения слоев трехслойных пластин запишутся уравнениями движений несущих слоев (16), (17), (18), (19) и слоя заполнителя (29), (32) с учетом выражений (33) и (34).

В качестве граничных условий принимаются условия свободного опирания по всем краям пластины (38). Приводим граничные условия задачи собственного колебания трехслойных пластин симметричного строения. На двух противоположных краях трехслойной пластины $x_1=0$, $x_l=a$ имеем условия

$$M_{11} = 0, P_{11} = 0, \tilde{\psi}_2 = 0, \tilde{\beta}_2 = 0, \tilde{r} = 0, \tilde{\gamma} = 0, \tilde{P}_{11} = 0, \tilde{U}_2 = 0, \tilde{W} = 0. \quad (48)$$

На других двух противоположных краях трехслойной пластины $x_2=0$, $x_2=b$ должны выполняться граничные условия

$$M_{22} = 0, P_{22} = 0, \tilde{\psi}_1 = 0, \tilde{\beta}_1 = 0, \tilde{r} = 0, \tilde{\gamma} = 0, \tilde{P}_{22} = 0, \tilde{U}_1 = 0, \tilde{W} = 0. \quad (49)$$

Аналитические решения уравнений собственных колебаний, удовлетворяющие граничным условиям (48) и (49), запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_1 &= C_1 \cos\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta), & \tilde{\psi}_2 &= C_2 \sin\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta), \\ \tilde{\beta}_1 &= C_3 \cos\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta), & \tilde{\beta}_2 &= C_4 \sin\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta), \\ \tilde{r} &= C_5 \sin\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta), & \tilde{\gamma} &= C_6 \sin\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{U}_1 &= C_7 \cos\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta), & \tilde{U}_2 &= C_8 \sin\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta), \\ \tilde{W} &= C_9 \sin\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta).\end{aligned}\quad (50)$$

а для заполнителя решение имеет вид

$$\begin{aligned}\tilde{U}_1 &= C_7 \cos\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta), & \tilde{U}_2 &= C_8 \sin\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta), \\ \tilde{W} &= C_9 \sin\left(\frac{n\pi x_1}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_2}{b}\right) \cos(\omega t + \beta),\end{aligned}\quad (51)$$

где m, n – число полувольт по размерам пластины в плане; ω и β – собственная частота и фаза колебания.

Подставляя решения (50) и (51) в систему уравнений (17), (18) и (32) с учетом выражений (34), получим частотное уравнение относительно безразмерной частоты

$$p_0 = \frac{\rho \omega^2 H^2}{G_{13}}.$$

Безразмерные параметры заполнителя приняты равными [13, 14]: $E_{11}/G_{13}=4$; $\nu_{21}=0.4$; $\nu_{31}=0.1$; $h_n/h=0.05$; $H/a=1/3=0.4$; $h\rho/h_n\rho_n=1.5$. Расчеты производились для квадратной трехслойной пластины с трансверсально-изотропным заполнителем при различных значениях отношения $E_3^{(+)} / G_{13}$.

В табл. 3 приведены значения безразмерной собственной частоты p_0 для различных значений механико-геометрических параметров трехслойной пластины.

Таблица 3

Значения безразмерной собственной частоты p_0 при $h\rho/h_n\rho_n=1.5$

n	$E_3^{(+)} / G_{13}$		
	250.00	500.00	1000.0
1	0.256	0.274	0.284
2	0.633	0.671	0.711
3	1.227	1.342	1.4201
4	2.012	2.311	2.452
5	3.031	3.498	3.861
6	4.122	4.989	5.645

В первом столбике табл. 3 показаны значения n при $m=1$ соответственно. В остальных ее столбцах приведены первые 6 наименьших значений собственной частоты для трех значений отношения $E_3^{(+)} / G_{13}$.

Заметим, что геометрические размеры трехслойной пластины также существенно влияют на значения собственной частоты. С уменьшением относительной толщины заполнителя H/a собственная частота резко уменьшается. Изменение относительной толщины несущих слоев h/h_n приводит к пропорциональному изменению собственной частоты.

Достоверность полученных численных результатов подтверждается сравнением с результатами, полученными авторами данной статьи в [13, 14].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. М.: Наука, 1987. – 493 с.
- [2] Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. – 984 с.
- [3] Захарчук Ю.В. Деформирование круговой трехслойной пластины со сжимаемым заполнителем // Проблемы физики, математики и техники. 2017. № 4 (33), С. 53–57.
- [4] Деев П.О. Определение основной частоты колебаний прямоугольной трехслойной пластины, закрепленной в центральной точке // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени акад. М.Ф.Решетнева. Сер. «Математика, механика, информатика», 2011. С. 25 – 30.

- [5] Деев П.О., Лопатин А.В. Определение основной частоты колебаний трехслойной пластины, шарнирно закрепленной в четырех углах // Вестник СибГАУ. 2015. Т. 16. №1. С. 41–45.
- [6] Егорычев О.А., Егорычев О.О. Нестационарные колебания слоистых упругих и вязкоупругих пластин и пологих сферических и цилиндрических оболочек. М.: ОЗОП.ГИ, 2012. – 240 с.
- [7] Богданов А.В., Поддаева О.А. Вывод частотного уравнения собственных колебаний упругой трехслойной пластины, два противоположных края которой шарнирно закреплены, а два других жестко // Вестник МГСУ. 2010. 4. С. 219 – 224.
- [8] Богданов А.В., Поддаева О.А. Вывод частотного уравнения собственных колебаний упругой трехслойной пластины, два противоположных края которой шарнирно закреплены, а два других свободны // Вестник МГСУ. 2010. 4. С. 225–231.
- [9] Шевченко В.П., Алтухов Е.В., Фоменко М.В. Упругие колебания трехслойных пластин в случае плоского торца // Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, 8. 2012. –Рр.61-66.
- [10] Лопатин А.В., Удальцов Р.А. Симметричные колебания трехслойной пластины // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени акад. М.Ф.Решетнева, Сер. «Математика, механика, информатика», 2010. С. 221–227.
- [11] Плескачевский Ю.М., Старовойтов Э.И., Леоненко Д.В. Механика трехслойных стержней и пластин, связанных с упругим основанием. М.: Физматлит, 2011. – 560 с.
- [12] Брюккер Л.Э. Некоторые варианты упрощения уравнений изгиба трехслойных пластин. //Расчеты элементов авиационных конструкций. 1965. № 3. С. 74 – 99.
- [13] Усаров М.К., Ниязова Н.А. Определение контактных напряжений трехслойных пластин при изгибе // Журнал «Проблемы архитектуры и строительства», 2005. С. 84–87.
- [14] Усаров М.К., Ниязова Н.А. Изгиб и колебания трехслойных пластин с ортотропным наполнителем // Проблемы архитектуры и строительства. Самарканд. 2013. №2. С. 48–53.
- [15] Usarov M.K., Salokhiddinov A., Usarov D.M., Khazratkulov I., Dremova N. To the theory of bending and oscillations of three-layered plates with a compressible filler. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 869 (2020) 052037. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/869/5/052037>.
- [16] Abdikarimov R., Usarov D., Khamidov S., Koraboshev O., Nasirov I., Nosirov A. Free oscillations of three-layered plates. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 883 (2020) 012058. [doi:10.1088/1757-899X/883/1/012058](https://doi.org/10.1088/1757-899X/883/1/012058).
- [17] Усаров М.К. Изгиб ортотропных пластин с учетом бимоментов. Санкт-Петербург // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1. (53). С. 80 – 90.
- [18] Усаров М.К. Бимоментная теория толстых анизотропных пластин: Дис.... докт. физ.-мат. наук. Ташкент, 2018. – 236 с.
- [19] Pawlus D. Dynamic response of three-layer annular plate with damaged composite facings // Archive of Mechanical Engineering. 1, Vol. XV. 2018. –Рр.83-105.
- [20] Pawlus D. Dynamic stability of three-layered annular plates with wavy forms of buckling. Acta Mechanica, 216(1–4):123–138, 2011. [doi: 10.1007/s00707-010-0352-3](https://doi.org/10.1007/s00707-010-0352-3).
- [21] Thanh Trung Tran, Quoc Hoa Pham, Trung Nguyen-Thoi, The-Van Tran, "Dynamic Analysis of Sandwich Auxetic Honeycomb Plates Subjected to Moving Oscillator Load on Elastic Foundation", Advances in Materials Science and Engineering. 2020. P 16. <https://doi.org/10.1155/2020/6309130>.
- [22] Nguyen D.D. and Pham C.H. "Nonlinear dynamic response and vibration of sandwich composite plates with negative Poisson's ratio in auxetic honeycombs," Journal of Sandwich Structures & Materials, Vol. 20. 2018. №6. P. 692–717.
- [23] Cong P.H., Phuc P.M., Thiem H.T., Manh D.T., Duc N.D. Static bending analysis of auxetic plate by FEM and a new third-order shear deformation plate theory // VNU Journal of Science: Natural Sciences and Technology. Vol. 36. 2020. № 1. P. 90–99.
- [24] Cong P.H., Khanh N. D., Khoa N.D., Duc N.D. New approach to investigate nonlinear dynamic response of sandwich auxetic double curves shallow shells using TSDT// Composite Structures, Vol.185. 2018. P. 455–465.
- [25] Zenkour A, Radwan A. Free vibration analysis of multilayered composite and soft core sandwich plates resting on Winkler-Pasternak foundations// Journal of Sandwich Structures & Materials, Vol. 20, 2018. № 2. P. 169–190.
- [26] Mahmoudi A.S., Benyoucef A., Tounsi A., Benachour E.A. Adda Bedia, Mahmoud S. A refined quasi-3D shear deformation theory for thermo-mechanical behavior of functionally graded sandwich plates on elastic foundations// Journal of Sandwich Structures & Materials, Vol. 21. 2019. № 6, P. 1906–1929.
- [27] Tran T.T., Tran V.K., Le P. B., Phung V.M., Do V.T., Nguyen H.N. Forced vibration analysis of laminated composite shells reinforced with graphene nanoplates using finite element method// Advances in Civil Engineering. 2020. Article ID 1471037, P.17.

Дата поступления
19.04.2021

Усаров М.К., Усаров Д.М. Қалин сиқилувчан тўлдирувчи уч қатламли пластиналарнинг эгилиши ва тебранишлари

Аннотация. Мақола юққа ташиқ қатламли ва кўндаланг йўналишида сиқилувчи тўлдирувчи уч қатламли пластиналар назариясини такомиллаштиришга бағишланган. Ташиқ қатламлар учун Кирхгофф-Ляв гипотезаси қабул қилинган. Ташиқ қатламлардан фарқли равишда, тўлдирувчи қатламда куч ва моментлардан ташиқари, кўчиши ва кучланишларнинг ноziқли ўзгариши ҳисобига бимоментлар ҳам пайдо бўлади. Уч қатламли пластина куч факторларининг ифодалари, ҳаракат тенгламалари ва чегаравий шартлари келтирилган.

Калим сўзлар: пластинка; қобиқ; изотроп материал; анизотроп материал; уч қатламли пластинканинг эгилиши.

Usarov M.K., Usarov D.M. Bending and vibration of three-layer plates with thick compressible filler

Abstract. The study is devoted to improving the theory of bending and vibrations of three-layer plates with a transverse compressible filler and thin outer layers. For the outer layers, the Kirchhoff-Love hypothesis is accepted. In contrast to the bearing layers, the filler (besides forces and moments) is subjected to the bimoments, which appear due to the nonlinearity of the law of distribution of displacement and stress. Expressions of force factors, equations of motion, and boundary conditions of a three-layer plate are given.

Keywords: plate, shell, isotropic material, anisotropic material, bending of three-layer plates.

УДК 539.3

О РАЗРЕШИМОСТИ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ

Адилов Ф.Ф., Абиров Р.А.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им.М.Т.Уразбаева АНРУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: rustam_abirov@mail.ru

Аннотация. В статье описаны условия, налагаемые на весовые функции и определяющие соотношения пластичности для существования и единственности решения граничного интегрального уравнения. Предложены определяющие соотношения на основе гипотезы компланарности в рамках теории упругопластических процессов Ильюшина.

Ключевые слова: пластичность; интегральные уравнения; начальные деформации.

1. Введение

Достижения в области экспериментальной механики дают исследователям поле для более точных описаний процессов деформирования материалов в макробрёме. Создано десяток теорий, описывающих упругопластическое поведение материалов на основе различных экспериментов с различными материалами. Однако эффективность инженерных разработок существенно повышается, если использовать порой вместо экспериментов методы и возможности математического моделирования и вычислительного эксперимента.

Известно, что при моделировании и решении краевых задач во многом неопределённость в системе уравнений, описывающих краевые задачи механики сплошных сред, существует в физических уравнениях. В пластичности при численном моделировании, как правило, используют математические теории. Физические теории пока не нашли своего широкого применения в расчетах инженерных конструкций.

Любая модель останется «мёртвой», если на ее основе невозможно будет решать прикладные задачи. В данной статье рассмотрены условия разрешимости уравнений, описывающих поведение материала, полученных в рамках метода граничных интегральных уравнений. В качестве основы для определяющих соотношений предлагается гипотеза компланарности в рамках теории упругопластических процессов Ильюшина. Рассматриваются общая постановка задачи, а также ограничения на весовые функции и на функционалы, входящие в соотношения рассматриваемого аппроксимирующего соотношения.

2. Материалы и методы

Теория упругопластических процессов позволяет моделировать широкий класс определяющих соотношений пластичности, в том числе с использованием экспериментальных данных при сложном нагружении. Во многом гибкость этой теории при создании оп-

ределяющих соотношений выявляет жизнеспособность этого подхода наряду с принципом градиентальности. В данной статье рассмотрена постановка задачи теории пластичности на основе метода интегральных уравнений и определены условия, при которых уравнение имеет единственное решение. Рассмотрение граничного уравнения, изначально основанного на решении задач теории потенциала, во многом является альтернативой вариационному методу, на основе которого построен метод конечных элементов. Метод граничных интегральных уравнений позволяет рассматривать условия на бесконечности, а также снижать размерность решаемой задачи на единицу. Но вместе с этим возникают и математические трудности при ее реализации. Далее будет рассмотрено граничное интегральное уравнение прямого метода граничных элементов в начальных деформациях. Существующие иные подходы в начальных напряжениях или переменных массовых сил не рассматриваются в материалах данной статьи.

3. Постановка задачи

Рассмотрим постановку задачи теории пластичности с использованием метода граничных интегральных уравнений. В расчетах сплошная среда предполагается изотропной и рассматриваются изотермические процессы.

Тождество Сомильяны, являющееся основой этого подхода, выводится на основе уравнений равновесия

$$\sigma_{ij,j} + b_j = 0, \quad (1)$$

$$p_i - \delta_{ij} n_j = 0. \quad (2)$$

Подставляя значения для напряжений в (1) и (2), получим

$$u_{j,ii} + \frac{u_{l,jj}}{1-2\nu} = 2 \left(\varepsilon_{ij,i}^{pl} + \frac{\nu}{1-2\nu} e_{,j} \right) - \frac{b}{G}, \quad (1,a)$$

$$p_i + 2G \left(\varepsilon_{ij}^{pl} n_j + \frac{\nu}{1-2\nu} e n_i \right) = \frac{2G\nu}{1-2\nu} u_{l,l} n_i + G(u_{i,j} + u_{j,i}) n_j. \quad (2,a)$$

В предположении, что полная деформация состоит из суммы упругой и пластической деформаций (хотя это утверждение в общем случае не очевидно), имеем

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{elast} + \varepsilon_{ij}^{pl} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (3)$$

при этом ε_{ij}^{pl} в дальнейшем рассматриваются как начальные деформации.

Далее полагаем, что разгрузка происходит по упругому закону (это тоже предположение):

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^* - \sigma_{ij}^{pl}, \text{ где } \sigma_{ij}^* = \Phi_{ijkl} \varepsilon_{kl}.$$

Тогда

$$\sigma_{ij} = 2G(\varepsilon_{ij}^{elast} - \varepsilon_{ij}^{pl}) + \frac{2G\nu}{1-2\nu}(\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^{pl})\delta_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \frac{2G\nu}{1-2\nu}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - \sigma_{ij}^{pl},$$

где $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, $K = \frac{E}{1-2\nu}$.

Таким образом, получили нелинейный аналог уравнения Ламе–Навье [1–3].

$$Gu_{j,kk} + \frac{G}{1-2\nu}u_{k,kj} + b_j = 0, \quad (4)$$

где $b_j = 2 \left(\varepsilon_{ij,i}^{pl} + \frac{\nu}{1-2\nu} e_{,j} \right) - \frac{b}{G}$.

В операторной форме $G\Delta\mathbf{u} + \frac{G}{1-2\nu} \text{grad}(\text{div} \mathbf{u}) + \mathbf{B} = 0$.

Используя формулу Лагранжа для двойного векторного произведения и применяя её к оператору Гамильтона, получим

$$(2G + \lambda)\text{grad}(\text{div} \mathbf{u}) - \text{Grot}(\text{rot} \mathbf{u}) + \mathbf{B} = 0 \quad (5)$$

Уравнение (5) в перемещениях представляют уравнения эллиптического типа. Условно его можно представить в векторном виде как $\hat{\Delta}u = B$.

Одним из подходов к их решению является метод, построенный на основе теории потенциала [4–5].

Как известно, любая гармоническая функция может быть представлена с помощью поверхностных потенциалов

$$V(M) = \iint_{\Sigma} \left[\frac{1}{R_{MP}} \right] \mu d\sigma_p; \quad W(M) = \iint_{\Sigma} \left[\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R_{MP}} \right) \right] \nu d\sigma_p,$$

и выражена через граничные значения с помощью основной формулы Грина для двумерной задачи:

$$Cu(M_0) = -\int_S \left[u(p) \frac{\partial}{\partial n} \left(\ln \frac{1}{R} \right) - \ln \left(\frac{1}{R} \right) \frac{\partial u}{\partial n} \right] dS_p - \iint_{\Sigma} \Delta u(p) \ln \frac{1}{R} d\tau. \quad (6)$$

Таким образом, решение задачи сводится к решению интегральных уравнений Фредгольмовского типа.

Исходя из этого, рассмотрим прямой метод граничных элементов, который базируется на соотношении, называемом тождеством Сомильяны [6], и которые выражает перемещения в любой точке исследуемого тела через граничные интегралы.

Тождество Сомильяны для упругости имеет вид [6]

$$u_i(\xi) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x) p_j(x) d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x) u_j(x) d\Gamma + \int_{\Omega} u_{ij}^*(\xi, x) b_j(x) d\Omega, \quad (7)$$

где p_j , u_j , b_j – соответственно усилия, перемещения на границе и напряжения, возникающие в точке x и j -м направлении под действием единичной сосредоточенной силы в i -м направлении; $u_j^* = u_{ij}^*(\xi, x)e_i$, $p_j^* = p_{ij}^*(\xi, x)e_i$ – весовые функции. Их, как правило, принимают в качестве элементов матрицы Кельвина–Сомильяны [6]. Уравнения (7) могут быть получены с использованием метода взвешенных невязок. Исходя из этого, возможны и иные фундаментальные решения или функции для применения в (7). Условия, налагаемые к ним, рассмотрим далее.

Используя процедуру построения граничных интегралов с применением метода взвешенных невязок, впервые полученную в работе Мендельсона и описанную в труде [6], тождество Сомильяны в виде начальных деформаций на основании уравнений равновесия типа Ламе–Навье (1,а) и граничных условий (2,а) запишется в виде

$$u_j = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma + \int_{\Omega} u_{ij}^* b_j d\Omega + \int_{\Omega} \sigma_{jki}^* \varepsilon_{jk}^{pl} d\Omega. \quad (8)$$

Так как уравнение (8) построено с помощью метода взвешенных невязок, то рассматриваемая поверхность может иметь ребра и углы (регулярные по Келлогу и не обязательно гладкие). Весовые значения $u_{ij}^*(\xi, x)$, $p_{ij}^*(\xi, x)$ изначально могут быть выбраны любыми функциями, удовлетворяющими условию Гёльдера и имеющими определённую гладкость.

Для получения граничного интегрального уравнения нам следует устремить в уравнении (8) $\xi \rightarrow \Gamma$, тогда, согласно [6], получим

$$c_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j(\xi) d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} u_{ij}^* b_j d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_{ijk}^* \sigma_{jk}^{pl} d\Omega. \quad (9)$$

В общем случае краевые условия могут быть смешанными, т.е. на части границы Γ_1 задаются перемещения, а на части Γ_2 – напряжения ($\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$).

Решая интегральное уравнение (9), можно найти все неизвестные значения перемещений и напряжений на границе тела. Таким образом, определяются перемещения и напряжения по всей границе Γ . далее из соотношений (8) находят перемещения внутри всей области и уже на их основе деформации и напряжения. Часть этих интегралов имеют сингулярности слабого и сильного характера, которые нужно учитывать при решении уравнений.

4. Существование и единственность решения граничного интегрального уравнения

Основным вопросом стоит разрешимость граничного уравнения и единственность этого решения. Существование и единственность уравнения Фредгольма, налагая определенные ограничения на функции [7], можно показать на основе метода сжимающих отображений [8] из курса функционального анализа.

Определим $x = x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ как координаты области определения в n -мерном пространстве, по сути, это упорядоченная группа из n действительных чисел с метрикой

$$\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{k=1}^n (y_k - x_k)^2},$$

составляющая n -мерное арифметическое Евклидово пространство.

Множество всех точек $x = x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ обозначим $\{\Omega\}$.

Определим функции $u_i = u_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ $i=1, m$, определённые на множестве $\{\Omega\}$, которые принимают значения на множестве $\{N\}$. Если рассматривать u_i как координаты, то $\mathbf{u} = \mathbf{u}(u_1, u_2, \dots, u_m)$ есть множество непрерывных векторных функций $\{\mathbf{u}\}$, которое образует линейное пространство с метрикой $\rho(\mathbf{f}, \mathbf{g}) = \max_{\substack{i=1, m \\ x \in \Omega}} |g_i - f_i|$, образующих пространство векторных функций $\tilde{C}[N[\Omega]]$ или кратко $\tilde{C}[\Omega]$.

Лемма. Если последовательность векторных функций $\mathbf{u} = \mathbf{u}(u_1, u_2, \dots, u_m)$ в $\tilde{C}[\Omega]$ фундаментальна, то это равносильно равномерной сходимости последовательности векторных функций $\{\mathbf{u}^k\}$ в смысле метрики в $\tilde{C}[\Omega]$.

Доказательство этой леммы исходит из критерия Коши для функциональных последовательностей $\{u_i^k (i=1, m)\}$. Так как $\rho(\mathbf{u}^k - \mathbf{u}^{k+p}) = \max_{\substack{i=1, m \\ x \in \Omega}} |u_i^k - u_i^{k+p}| \leq \varepsilon$ для любого $\varepsilon > 0$,

то отсюда следует равномерная сходимость всех функций u_i к $u_i^{ultimate}$, т.е. $\max_{\substack{i=1, m \\ x \in \Omega}} |u_i - u_i^{ultimate}| \leq \varepsilon$. Далее имеем $\rho(\mathbf{u}^k - \mathbf{u}^{ultimate}) \leq \varepsilon$, где $\mathbf{u}^{ultimate} = \mathbf{u}(u_1^{ultimate}, u_2^{ultimate}, \dots, u_m^{ultimate})$.

⊗

Следствие. Множество $\tilde{C}[\Omega]$ является полным.

Выразим граничное интегральное уравнение в векторной форме. Определим скалярное произведение как: $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_i v_i$, тогда имеем:

$$\mathbf{c}\mathbf{u} = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma - \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{\sigma}^* \varepsilon^{pl} d\Omega.$$

Для 1-й краевой задачи

$$\int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma = A_1 - C_1 + D_1,$$

$$\text{где } C_1 = \mathbf{c}\mathbf{u} + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma, \quad A_1 = \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{b} d\Omega, \quad D_1 = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} d\Omega$$

Для 2-й краевой задачи

$$\mathbf{c}\mathbf{u} + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma - \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} d\Gamma = A_2 + D_2,$$

$$\text{где } A_2 = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma, \quad D_2 = \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Omega-\Gamma} \boldsymbol{\sigma}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} d\Omega$$

Для смешанной задачи:

$$\mathbf{c}(\mathbf{u} + \tilde{\mathbf{u}}) = \int_{\Gamma_1} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma + \int_{\Gamma_2} \mathbf{u}^* \tilde{\mathbf{p}} d\Gamma - \int_{\Gamma_1} \mathbf{p}^* \tilde{\mathbf{u}} d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Omega-\Gamma_1} \boldsymbol{\sigma}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} d\Omega + \int_{\Gamma_1} \boldsymbol{\sigma}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} d\Gamma$$

или

$$\mathbf{c}\mathbf{u} - \int_{\Gamma_2} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma + \int_{\Gamma_1} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma - \int_{\Gamma_1} \boldsymbol{\sigma}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{pl}(\mathbf{u}) d\Gamma = -\mathbf{c}\tilde{\mathbf{u}} + \int_{\Gamma_1} \mathbf{u}^* \tilde{\mathbf{p}} d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \mathbf{p}^* \tilde{\mathbf{u}} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Omega-\Gamma_1} \boldsymbol{\sigma}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} d\Omega$$

$\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{p}}$ – известные граничные условия.

В общем случае можно записать:

$$\lambda \mathbf{y} + \int_{\Gamma} \mathbf{f} \mathbf{y} d\Gamma + \int_{\Gamma} \mathbf{g} \mathbf{L}(\mathbf{y}) d\Gamma = C_2,$$

$$\text{где } C_2 = -\mathbf{c}\tilde{\mathbf{u}} + \int_{\Gamma_1} \mathbf{u}^* \tilde{\mathbf{p}} d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \mathbf{p}^* \tilde{\mathbf{u}} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Omega-\Gamma_1} \boldsymbol{\sigma}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} d\Omega, \quad \int_{\Gamma} \mathbf{f} \mathbf{y} d\Gamma = \int_{\Gamma_2} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma + \int_{\Gamma_1} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma,$$

$\int_{\Gamma} \mathbf{g} \mathbf{L}(\mathbf{y}) d\Gamma = \int_{\Gamma_1} \boldsymbol{\sigma}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} d\Gamma$. $\int_{\Omega-\Gamma_1} \boldsymbol{\sigma}^* \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} d\Omega$ – данная величина считается известной и полученной по итерационной схеме на предыдущем шаге.

Так как всякое сжимающее отображение в полном метрическом пространстве имеет только одну неподвижную точку, то отобразим множество $\tilde{C}[\Omega]$ в себя и найдем условия, при которых интегральное уравнение имеет решение.

Рассмотрим отображение с помощью следующих формул:

$$\mathbf{p}(\mathbf{y}) = \lambda^{-1} (C_2 - \int_{\Gamma} \mathbf{f} \mathbf{y} d\Gamma - \int_{\Gamma} \mathbf{g} \mathbf{L}(\mathbf{y}) d\Gamma),$$

$$\rho(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \max_{\substack{i=1,m \\ x \in \Omega}} |p_i^1 - p_i^2| \leq \lambda^{-1} \left[\left| \int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma \right| \max_{\substack{i=1,m \\ x \in \Omega}} |y_i^1 - y_i^2| + \int_{\Gamma} \mathbf{g} \mathbf{L}(\mathbf{y}) d\Gamma \right],$$

$$\rho(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \max_{\substack{i=1,m \\ x \in \Omega}} |p_i^1 - p_i^2| \leq \lambda^{-1} \left[\left| \int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma \right| + \int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma \right] \max_{\substack{i=1,m \\ x \in \Omega}} |y_i^1 - y_i^2|, \quad (10)$$

Решение будет существовать и будет единственным если: $\lambda^{-1} \left[\left| \int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma \right| + \int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma \right] < 1$, при

условии, что оператор \mathbf{L} удовлетворяет условию Липшица по аргументу \mathbf{y} : $\rho(\mathbf{L}\mathbf{y}_1, \mathbf{L}\mathbf{y}_2) \leq |\mathbf{E}| \rho(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$, $\rho(\mathbf{L}\mathbf{y}_1, \mathbf{L}\mathbf{y}_2) \leq \chi \rho(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$, $\chi > 0$.

Утверждение: Решение интегрального уравнения (7) будет единственным и непрерывным при выполнении условия

$$\left[\left| \int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma \right| + \int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma \right] < \lambda.$$

Замечание: Предполагается существование интегралов $\int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma$ и $\int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma$.

В трехмерной задаче теории пластичности $n=m=3$. Интеграл $\int_{\Gamma} \mathbf{f} d\Gamma$ в зависимости от типа

задачи может быть: $\int_{\Gamma_1} u_{ij}^* d\Gamma_1$ и (или) $\int_{\Gamma_2} p_{ij}^* d\Gamma_2$, при этом граница $\Gamma_1, \Gamma_2 \subset \Gamma$; $\Gamma_1 + \Gamma_2 = \Gamma$.

Если в качестве весовых функций используются фундаментальные решения Кельвина для пространства (плоскости) или полупространства (полуплоскости) [6]:

$$u_{ij}^* = \frac{1}{16\pi(1-\nu)Gr} [(3-4\nu)\delta_{ij} + r_i r_j]$$

$$p_{ij}^* = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left\{ [(1-2\nu)\delta_{ij} + 3r_i r_j] \frac{\partial r}{\partial n} - (1-2\nu)(r_i n_j - r_j n_i) \right\}$$

Здесь r – расстояние между точкой ξ , где прикладывается нагрузка и точкой наблюдения x . Деформации и напряжения, обусловленные единичной нагрузкой приложенной в точке ξ в направлении i -й оси, имеют следующий вид:

$$\sigma_{jki}^* = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)r^2} [(1-2\nu)(r_k \delta_{ij} + r_j \delta_{jk} - r_i \delta_{jk}) + \beta r_i r_j r_k]$$

$$\varepsilon_{jki}^* = \frac{-1}{16\pi(1-\nu)Gr^2} [(1-2\nu)(r_k \delta_{ij} + r_j \delta_{ik}) - r_i \delta_{jk} + \beta r_i r_j r_k]$$

Для двумерного случая сингулярность слабо и имеет логарифмический характер:

$$u_{ij}^* = \frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \left[(3-4\nu) \ln \frac{1}{r} \delta_{ji} - r_i r_j \right],$$

$$p_{ij}^* = \frac{-1}{4\pi(1-\nu)r} \left\{ \frac{\partial r}{\partial n} [(1-2\nu)\delta_{ij} + 2r_i r_j] - (1-2\nu)(r_i n_j - r_j n_i) \right\}.$$

Как видно, интеграл $\int_{\Gamma} u_{ij}^* d\Gamma$ существует, если подынтегральная функция выбрана в виде фундаментального решения Кельвина. Интеграл $\int_{\Gamma_2} p_{ij}^* d\Gamma$ существует в смысле главного значения Коши, так как $p_{ij}^* = \frac{M(\xi, x)}{r^2}$.

Интеграл $\int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma$ также существует в смысле главного значения Коши. Для гладкой поверхности диагональные компоненты матрицы λ^{-1} имеют значение 2 и для угловых точек и ребер также ограничены.

В соотношении (10) предполагалось, что рассматриваются малые деформации, удовлетворяющие соотношениям Коши. Здесь, исходя из гипотезы компланарности, для вращения пластических деформаций имеем

$$d\tilde{\varepsilon}_{ij}^{pl} = \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{2G} \right) d\tilde{\sigma}_{ij} - \frac{N-P}{NP} \frac{\tilde{\sigma}_{ij} d\tilde{\sigma}_{ij}}{\sigma_i \sqrt{2/3}} \tilde{\sigma}_{ij}.$$

Здесь N и P – функционалы в соотношениях гипотезы компланарности; $\tilde{\varepsilon}_{ij}^{pl}, \tilde{\sigma}_{ij}$ – девиаторы тензоров пластических деформаций и напряжений; σ_i – интенсивность напряжений. Для выполнения условия

$$\int_{\Gamma} \mathbf{gL}(\mathbf{y}) d\Gamma \leq \int_{\Gamma} \mathbf{g} d\Gamma \max_{\substack{i=1,m \\ x \in \Omega}} |y_i^1 - y_i^2| \quad (11)$$

соответственно налагаются ограничения на величины функционалов N и P . Отсюда можно показать, что значение функционала N в некоторой точке траектории деформирования не может быть близкой к нулю. То же самое касается и функционала P . В частности, можно указать, что при использовании теории малых упругопластических деформаций теории Прагера, Прандтля–Рейсса значение функционала $P = d\sigma/d\varepsilon$. При условии идеальной пластичности условия (11) не могут быть выполнены. Это означает, что в данной постановке уравнение (9) не имеет решения для идеально пластического материала.

Таким образом, выполнение условий существования решения интегрального граничного уравнения (7) является очевидным для рассматриваемых регулярных гладких границ. Следует отметить, что выведенное условие является достаточным для существования и единственности решения, но не необходимым.

5. Обсуждение

Вопрос о допустимости постановки задачи в данном виде остаётся спорным. Она предполагает решение задачи на основе уравнения Ламе–Навье, которое, вообще говоря, строго для упругих сред. Тем не менее данный подход широко используется в практике нелинейных расчётов. Использование метода начальных деформаций при решении задач теории пластичности является более предпочтительным с учётом того факта, что он позволяет решать задачи с быстрой сходимостью для «слабоупрочняющихся» материалов. В данном контексте предполагается, что сходимость, достигаемая на 2–4-му шаге, позволяет идентифицировать материал, как обладающий свойствами упрочнения, позволяющими получать приемлемое решение с быстрой сходимостью. Вопрос о степени упрочнения материалов для достижения достоверного решения остается дискуссионным, требующим дальнейшего изучения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Каландия А.И. Математические методы двумерной упругости. М.: Наука, 1973. – 304 с.
- [2] Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. – 576 с.
- [3] Партон В.З., Перлин П.И. Методы математической теории упругости. М.: Наука, 1981. – 690 с.
- [4] Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1985. – 503 с.
- [5] Партон В.З., Перлин П.И. Интегральные уравнения теории упругости. М.: Наука, 1977. – 312 с.
- [6] Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987. – 528 с.
- [7] Угодчиков А.Г., Хуторянский Н.М. Метод граничных элементов в механике деформируемого твердого тела. Казань: Издательство Казанского университета, 1986. – 296 с.
- [8] Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1981. – 544 с.

Дата поступления
28.04.2021

Адилов Ф.Ф., Абилов Р.А. Пластиклик назариясидаги интеграл тенгламаларнинг ечимга эканлиги ҳақида

Аннотация. Мақолада вазн функциялариға қўйилган шартлар ва чегаравий интеграл тенглама ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги учун пластиклик муносабатларини аниқлаш келтирилган. Белгиловчи муносабатлар Ильюшиннинг эластик-пластик жараёнлар назарияси доирасида копланарлик гипотезаси асосида таклиф этилади.

Калим сўзлар: пластиклик; интеграл тенгламалар; бошлангич деформациялар.

Adilov F.F., Abilov R.A. On solvability of the integral equation in the theory of plasticity

Abstract. The conditions imposed on the weight functions and constitutive relations of plasticity for the existence and uniqueness of the solution of the boundary integral equation are presented in this issue. The constitutive relations are proposed on the basis of the coplanarity hypothesis in framework of Il'yushin's theory of elastic-plastic processes.

Keywords: plasticity; integral equations; initial strains.

ОДНОМЕРНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ СДВИГОВЫЕ ВОЛНЫ В УПРУГОЙ И УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Хусанов Б.Э., Рихсиева Б.Б.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им.М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: khusanov@mail.ru

***Аннотация.** В статье разработана методика численного решения одномерной задачи о распространении цилиндрических сдвиговых волн в упругой и упругопластической грунтовой среде с использованием метода конечных разностей. Полученные численные результаты представлены в виде графиков. Из полученных результатов выявлено затухание параметров (касательное напряжение, деформация сдвига и угловая скорость) распространяющихся цилиндрических волн с расстоянием в упругой и упругопластической грунтовой среде. Затухание волн с расстоянием обосновано рассеиванием энергии деформирования на расширяющийся цилиндрический слой грунта. В случае нагружения за пределом упругости пластические деформации возникают в грунте вблизи приложения нагрузок. Определены границы упругопластического деформирования грунта.*

***Ключевые слова:** грунтовая среда; распространение волн; упругость; пластичность; касательное напряжение; сдвиговая деформация*

1. Введение

Проблемы извлечения свай, подземных трубопроводов или бурильных колонн из грунта посредством задания крутильных нагрузок (моментов) возникают в области строительства, бурения нефтяных и газовых месторождений. Такие проблемы, в некоторых случаях, решаются путем уменьшения сил взаимодействия и сцепления между грунтом и этими объектами (сваи, трубопроводы, бурильные колонны) с помощью вращательного движения последних. В этом случае на границе взаимодействия появляются сдвиговые напряжения и деформации, и в грунте распространяются сдвиговые волны. Природа распространения таких волн может влиять на другие объекты, находящиеся в грунте. Поэтому исследование распространения сдвиговых волн в грунте можно считать одной из актуальных проблем динамики грунтов.

Природа распространения волн в различных средах широко изучена в экспериментальных исследованиях [1–5]. Изучены плоские, цилиндрические и сферические волны в соответствии с геометрией распространения волн (в соответствии с формой волнового фронта). Теоретически одномерные цилиндрические волны рассмотрены в работах [1–2, 6–7] с использованием метода характеристик для упругих и упругопластических сред [6–7]. В [8–12] изучено распространение волн в двумерной постановке в упругих и упругопластических телах, их дифракция и отражение. Из решений этих задач было определено, что напряжение, деформация, а также амплитуда скоростей, возникающих за фронтом волны при распространении продольной волны в упругих средах, сохраняет профиль волны и не наблюдается затухания волны. Причины возникновения сдвиговых волн и их природа распространения в классическом случае, т.е. в упругих средах, отражены в [13–15]. Поглощение продольных волн происходит при учете пластических или вязких свойств среды [1–3, 16–18]. При учете вязких свойств уменьшаются значения амплитуды волн относительно расстояния, максимальные значения напряжения и деформации достигаются в разное время за счет релаксационных явлений. При исследовании распространения цилиндрической волны в грунтах [6–7], когда задается ударная нагрузка, характеристические линии являются прямыми, а фронт ударным, и параметры волны имеют разрыв. Поэтому, когда задаются такие условия на границе, решение задач методом характеристик является наиболее удобным. Если на границах задается произвольная нагрузка, то гораздо сложнее построить решения на характеристических линиях.

Настоящая статья посвящена исследованию распространения одномерных упругих и упругопластических цилиндрических сдвиговых волн в грунтах. Наиболее близкими к этой статье являются исследования [5–6, 12]. В [5] рассматривается двумерная упругая

задача: из природы распространения цилиндрических волн и отражения от дневной поверхности исследуется возможность возникновения аварий подземных трубопроводов. Одномерные цилиндрические сдвиговые волны рассмотрены в [6, 12]. В работе [6] исследуется волны в упругопластической среде методом характеристик, а в [12] допущены некоторые ошибки в постановке и решении задачи, о чем свидетельствует дискуссия в этой статье [19]. Целью этой работы является разработка методики решения, позволяющая применить произвольные нагрузки на границе и сложные свойства деформирования, а также определение параметров распространяющихся цилиндрических волн в упругом и упругопластическом грунте.

2. Постановка задачи

Предположим, что в безграничной недеформированной среде (грунтовая среда) имеется цилиндрическая полость (или находится достаточно протяженное и жестко закрепленное цилиндрическое тело – трубопровод) с радиусом $r=r_0$ (вид трубопровода с грунтом показан на рис.1,а). Пусть с начала отсчета времени цилиндрическое тело – трубопровод начинает вращательное движение вокруг своей оси, при этом деформацией трубопровода пренебрегаем, т.е. считаем его абсолютно недеформируемым. Тогда в грунтовой среде начинают распространяться сдвиговые цилиндрические волны, параметры этих волн являются осесимметричными относительно оси цилиндрического тела – трубопровода, и они зависят только от радиальной координаты и времени, т.е. задача является одномерной (рис.1,б).

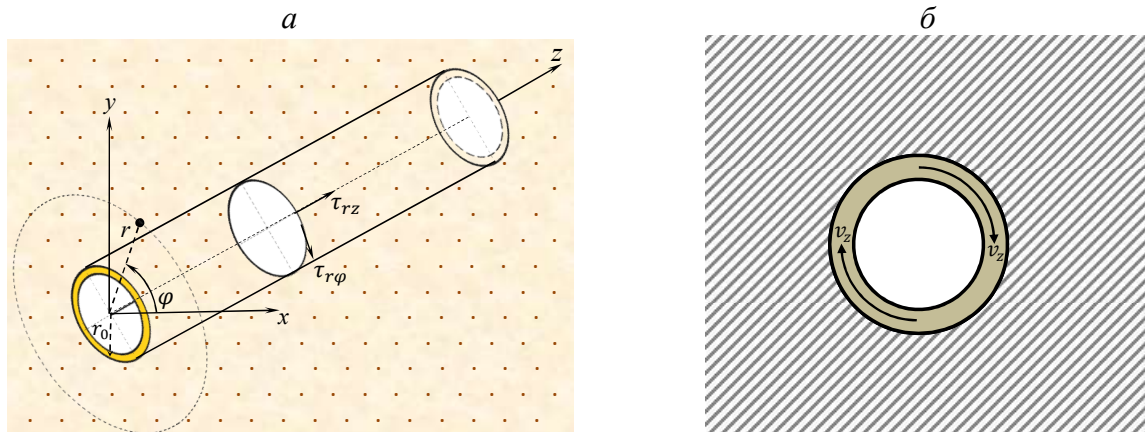


Рис.1. Схематичный вид трубопровода с грунтом: а – пространственный вид трубопровода с грунтом; б – вид поперечного сечения трубопровода с грунтом

Таким образом, рассмотрим одномерную задачу в цилиндрической системе координат. Уравнение движения грунтовой среды при отсутствии массовых сил в эйлеровом представлении имеет вид:

$$\rho \frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{2\tau}{r}, \quad (2.1)$$

где r – радиальная координата; $u=u(r, t)=u_\beta(r, t)$ – перемещение частиц грунта по цилиндрической угловой координате; $\tau=\tau(r, t)=\sigma_{r\beta}(r, t)$ – сдвиговое напряжение грунта по радиальной координате. Если принимать во внимание $v=du/dt$ и отсутствие изменения малого объема при сдвиге, тогда (2.1) примет вид:

$$\rho^0 \frac{dv}{dt} = \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{2\tau}{r}, \quad (2.2)$$

Для решения уравнения (2.2), где неизвестными являются $v(r, t)$ и $\tau(r, t)$, добавим соотношение Коши в виде

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}. \quad (2.3)$$

Чтобы получить замкнутую систему уравнений, в (2.2) и (2.3) необходимо добавить уравнение состояния. В качестве уравнения состояния принимается в зависимости от учета свойств деформирования конкретное соотношение. Общий вид определяющего состояния грунта:

$$\tau = F(\gamma, \dot{\gamma}, \dots). \quad (2.4)$$

Таким образом, замкнутая система уравнений состоит из уравнений (2.2), (2.3) и конкретного вида уравнения (2.4) относительно неизвестных $v(r, t)$, $\tau(r, t)$ и $\gamma(r, t)$. Для решения задачи о распространении цилиндрических сдвиговых волн принимаем следующие начальные условия:

$$\text{при } t=0, r>r_0: \quad v(r, 0)=0, \tau(r, 0)=0, \gamma(r, 0)=0 \quad (2.5)$$

и граничные условия:

$$\text{при } r=r_0, t \geq 0: \quad v(r_0, t)=v_0(t) \text{ или } \tau(r_0, t)=\tau_0(t). \quad (2.6)$$

Поставленную задачу решаем численно – методом конечных разностей. Численное решение обусловлено на перспективу с учетом решения аналогичных задач для грунтовой среды со сложными свойствами (структурное изменение, увлажненность, вязкопластичность и др.).

3. Метод решения поставленной задачи

Составим алгоритм численного решения поставленной задачи, для чего безграничный грунт считаем ограниченным радиусом $r=R$. В этом случае, учитывая скорость c_S распространения поперечных (сдвиговых) волн, решение рассматриваемой задачи получим до достижения сдвиговых волн границы $r=R$, т.е. рассмотрим до момента времени $t \leq (R_0 - r_0)/c_S$. Радиальный отрезок $R - r_0$ делим на N бесконечно малых кольцевых частей, т.е. цилиндрических ячеек. Основное внимание будет уделяться поведению грунта вокруг подземного трубопровода, поэтому более измельченные ячейки находятся возле трубы, с удалением от нее размеры ячеек также увеличиваются. Количество разбитых цилиндрических ячеек (отрезков) в зависимости от радиуса приведено на рис.2.

В момент времени $t=t_{n+1/2}$ скорости частиц на узловых точках ячеек $r=r_k > r_0$ обозначим через $v(r_k, t_{n+1/2}) = v_k^{n+1/2}$. Касательное напряжение и сдвиговую деформацию, определенные в центрах ячеек $r=r_{k+1/2} > r_0$ в момент времени $t=t_n$, обозначим через $\tau(r_{k+1/2}, t_n) = \tau_{k+1/2}^n$ и $\gamma(r_{k+1/2}, t_n) = \gamma_{k+1/2}^n$. Ввод параметров, таким образом, обеспечивает второй порядок точности конечно-разностных соотношений [20].

Предположим, что до определенного момента времени $t=t_n$ известны значения всех параметров задачи. Находим те же параметры на следующих шагах времени. Используя конечно-разностную схему [20], из уравнения (2.2) определим скорости частиц для момента времени $t=t_{n+1/2}$ на узловых точках цилиндрической ячейки следующим образом:

$$v_k^{n+1/2} = v_k^{n-1/2} + \frac{\Delta t^n}{\phi_k} (\tau_{k+1/2}^n - \tau_{k-1/2}^n) + \Delta t^n \alpha_k^n, \quad (3.1)$$

где Δt^n – шаг по времени;

$$\phi_k^n = \frac{1}{2} [\rho_{k+1/2}^0 (r_{k+1}^n - r_k^n) + \rho_{k+1/2}^0 (r_k^n - r_{k-1}^n)]; \quad \alpha_k^n = \rho_{k+1/2}^0 \frac{\tau_{k+1/2}^n}{1/2 (r_{k+1}^n + r_k^n)} + \rho_{k-1/2}^0 \frac{\tau_{k-1/2}^n}{1/2 (r_k^n + r_{k-1}^n)}.$$

Если на границе $r=r_0, t \geq 0$ заданы скорости частиц, то при $r_k=r_0$, т.е. при $k=0$ вместо соотношения (3.1) воспользуемся заданием скорости на границе

$$v_0^{n+1/2} = v_0(t_{n+1/2}), \quad (3.2)$$

в случае задания на границе касательного напряжения, для вычисления соотношения (3.1) при $k=0$ имеем в виду следующие значения параметров:

$$\begin{aligned}
\tau_{0-1/2}^n &= \tau_0^n = \tau_0(r_0, t_n), \\
\varphi_0^n &= \frac{1}{2} \rho_{0+1/2}^0 (r_{0+1}^n - r_0^n), \\
\alpha_0^n &= \rho_{0+1/2}^0 \frac{\tau_{0+1/2}^n}{\frac{1}{2}(r_{0+1}^n + r_0^n)}.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

После определения скоростей частиц, касательное смещение в момент времени $t=t_{n+1}$ можем определить по формуле

$$u_k^{n+1} = u_k^n + v_k^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2}. \tag{3.4}$$

Для определения деформации сдвига сначала, аппроксимируя уравнение (2.3) на конечно-разностное соотношение, находим скорости деформации

$$\dot{\gamma}_{k+1/2}^{n+1} = \frac{v_{k+1}^{n+1/2} - v_k^{n+1/2}}{r_{k+1}^{n+1/2} - r_k^{n+1/2}} - \frac{v_{k+1}^{n+1/2} + v_k^{n+1/2}}{r_{k+1}^{n+1/2} + r_k^{n+1/2}}, \tag{3.5}$$

где $r_k^{n+1/2} = \frac{1}{2}(r_k^{n+1} + r_k^n)$. Далее деформация сдвига определяется по формуле

$$\gamma_{k+1/2}^{n+1} = \gamma_{k+1/2}^n + \dot{\gamma}_{k+1/2}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2}. \tag{3.6}$$

Формулы (3.5) и (3.6) дают значения скоростей сдвиговой деформации и деформации сдвига, определяемые в центре цилиндрической ячейки в моменты времени $t=t_{n+1/2}$ и $t=t_{n+1}$ соответственно. После того как известны сдвиговая деформация и скорости деформации, значения касательных напряжений соответствующие центрам ячеек вычисляются по принятому закону деформирования (2.4):

$$\tau_{k+1/2}^{n+1} = F(\gamma_{k+1/2}^{n+1}, \dot{\gamma}_{k+1/2}^{n+1/2}, q_{k+1/2}^{n+1/2}, \dots). \tag{3.7}$$

В соотношении (3.7) был добавлен псевдовязкий член $q_{k+1/2}^{n+1/2}$ напряжение, чтобы произвести сквозной расчет на фронте волн, т.е. привести к непрерывным решениям, и сглаживать осцилляции численного решения [20]:

$$q_{k+1/2}^{n+1/2} = C_0^2 \rho_{k+1/2}^0 (v_{k+1/2}^{n+1/2} - v_k^{n+1/2}), \tag{3.8}$$

где $C_0 = \text{const} \approx 2$.

Шаг по времени выбирается в соответствии с условиями устойчивости разностной схемы [20]:

$$\Delta t^{n+3/2} = \frac{1}{3} \frac{r_{k+1}^{n+1} - r_k^{n+1}}{c_s} \Big|_{\min_{n \leq k}}. \tag{3.9}$$

В процессе расчета временной шаг может быть увеличен, в таких случаях мы ограничиваем увеличение шага не более, чем на 10%, т.е., если $\Delta t^{n+3/2} > 1.1 \Delta t^{n+1/2}$, то принимаем $\Delta t^{n+3/2} = 1.1 \Delta t^{n+1/2}$. Как только шаг $\Delta t^{n+3/2}$ определен, можем определить шаг по времени Δt^{n+1} следующим образом:

$$\Delta t^{n+1} = \frac{1}{2} (\Delta t^{n+3/2} + \Delta t^{n+1/2}).$$

Таким образом, используя определенные значения скорости, деформации и напряжений в предыдущие моменты времени, мы определили значения этих параметров для следующего момента времени. Выполняя такие действия последовательным рекуррентным способом, можно определить параметры волны, распространяющейся в окружающей среде – грунте до требуемого момента времени или до времени $t \leq (R-r_0)/c_s$. Составлена программа решения поставленной задачи и реализована на ЭВМ.

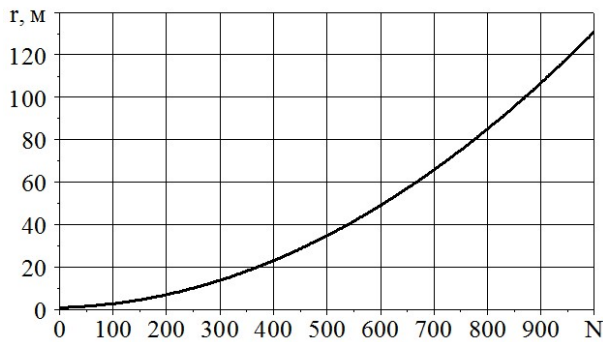


Рис.2. Количество ячеек N в зависимости от радиальной координаты

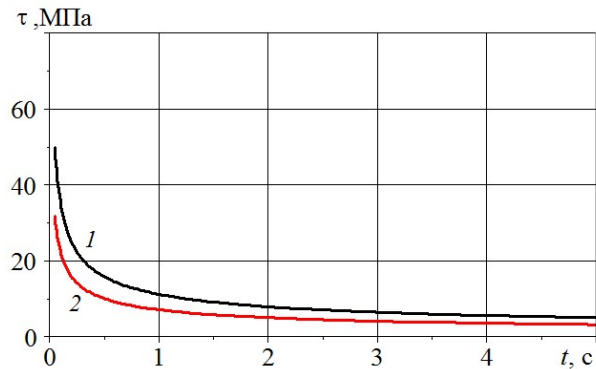


Рис.3. Сопоставление численного результата с аналитическим решением [6]

Достоверность методики и программы решения проверялась сопоставлением численного решения с аналитическим решением для случая схемы Прандтля пластического деформирования грунта при действии постоянной касательной нагрузки (2.6). Такое сопоставление напряжений на фронте волны показано на рис.3. Кривая 1 соответствует аналитическим решениям, полученным в [6] при решении методом характеристик для ударной сдвиговой волны (имеющей разрыв на фронте волны), а кривая 2 – численному решению с использованием разработанной методики. Необходимо отметить, что сопоставление значений напряжений на фронте волны – это самое неблагоприятное для численного решения методом конечных разностей (разрыв напряжения на фронте размывается на несколько ячеек), даже в этом случае оно показывает пригодность разработанной методики решения.

4. Численные результаты и их анализ

Представим численные результаты в виде графиков. Решение получено при следующих исходных данных: начальная плотность грунта $\rho^0=2000$ кг/м³; скорости распространения продольных и поперечных волн $c_p=2000$ м/с и $c_s=1000$ м/с; радиус цилиндрической полости $r_0=1$ м.

4.1. Упругие цилиндрические волны

Пусть грунтовая среда является упругой, тогда конкретный вид определяющего соотношения (2.4) имеет вид

$$\tau = \tau_0 + G(\gamma - \gamma_0) \text{ или } \dot{\tau} = G\dot{\gamma}, \quad (4.1)$$

где τ_0, γ_0 – начальные (опорные) значения касательного напряжения и сдвиговой деформации. В этом случае конечно-разностное соотношение (3.7) принимает вид

$$\tau_{k+1/2}^{n+1} = \tau_{k+1/2}^n + G\dot{\gamma}_{k+1/2}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2} + q_{k+1/2}^{n+1/2}. \quad (4.2)$$

Пусть на границе заданы скорости частиц (2.6) в виде $v_0(t)=v_{max}\sin(\omega t)$, где $v_{max}=0.2$ м/с, ω – частота воздействия. На рис.4–5 представлены изменения скорости частиц (см. рис.4) и касательное напряжение (см. рис.5) в фиксированных цилиндрических слоях грунта при различных частотах воздействия. Кривые 1–5 соответствуют сечениям $r=1.1, 2, 3, 4$ и 6 м.

Графики а, б, в и г на рис.4–5 получены при $\omega=2\pi H(T-t)$, $\omega=10\pi$, $\omega=20\pi$ и $\omega=50\pi$ рад/с, $T=0.02$ с – время действия нагрузки, H – функция Хевисайда. Как видно из рис.4–5, в случае задания касательной скорости на границе $r=r_0$, амплитуда значений скорости частиц и касательного напряжения уменьшается с расстоянием. Эти уменьшения (затухания) происходят при первом вступлении волны, далее в фиксированных сечениях затухание по времени не наблюдается. При положительном значении скорости частиц, т.е. при движении (вращении) в одну сторону касательное напряжение возрастает, а в случае обратного движения (при отрицательном значении скорости частиц) напряжения умень-

шаются (происходит разгрузка напряженного состояния). Увеличение частоты задаваемой скорости частиц на границе уменьшает период колебаний «нагрузки–разгрузки», что показывает уменьшение максимальных значений касательных напряжений. При этом частота периодичности распространяющейся волны не меняется.

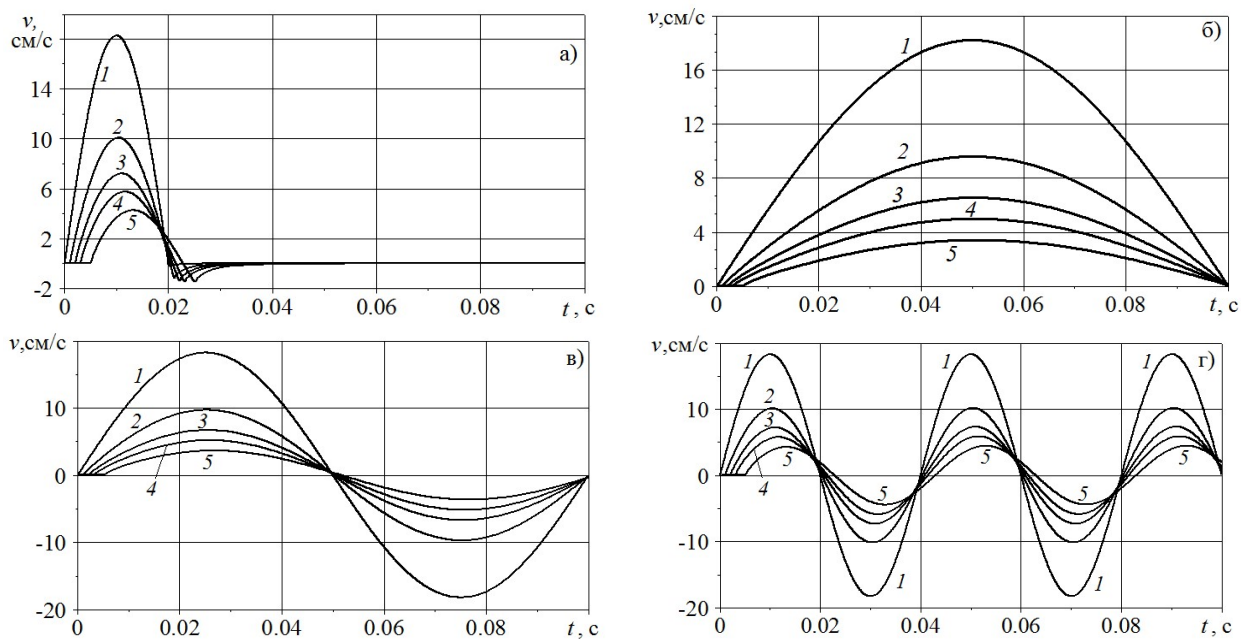


Рис.4. Изменение скорости частиц грунта по времени

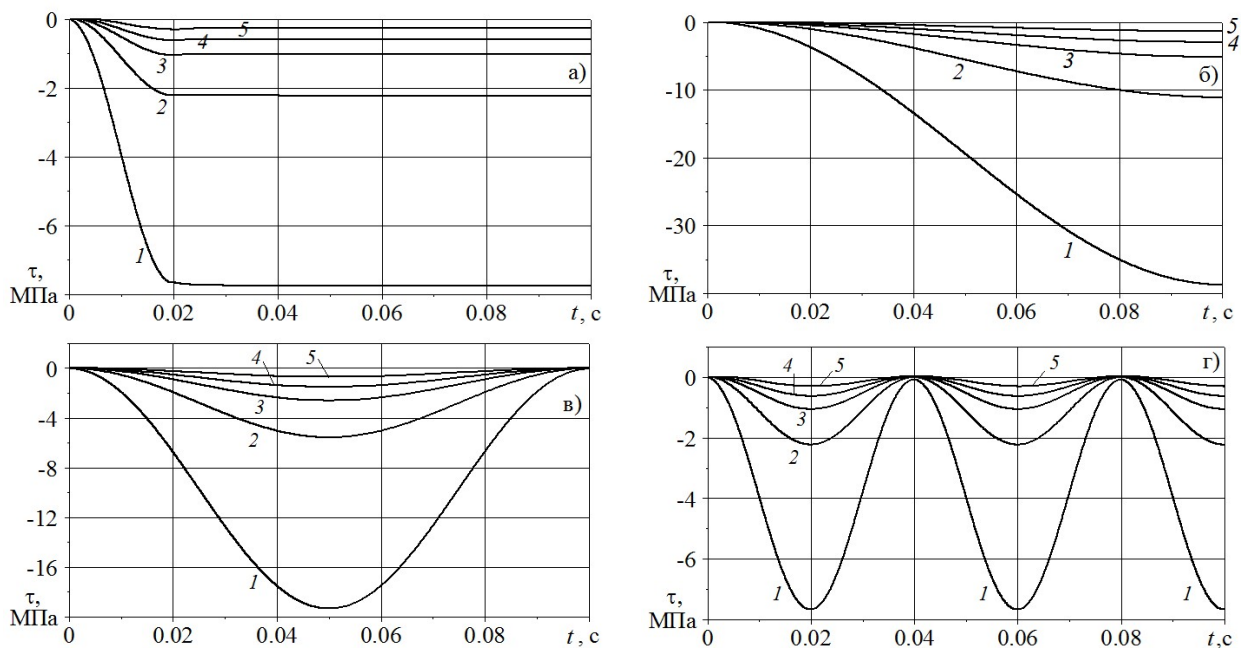


Рис.5. Изменение касательного напряжения по времени

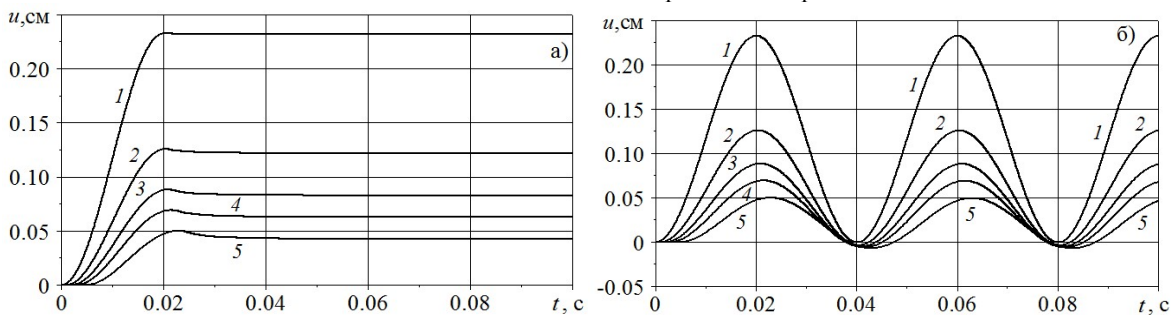


Рис.6. Изменение угловых смещений грунта по времени

На рис.6 приведены изменения угловых смещений грунта по времени в тех же рассмотренных фиксированных сечениях при $\omega=2\pi H(T-t)$ (рис.6,а) и $\omega=50\pi$ рад/с (рис.6,б). Траектории кривых смещений согласуется с изменениями скорости частиц грунта, что подтверждает предыдущие предположения о нагрузке и разгрузке.

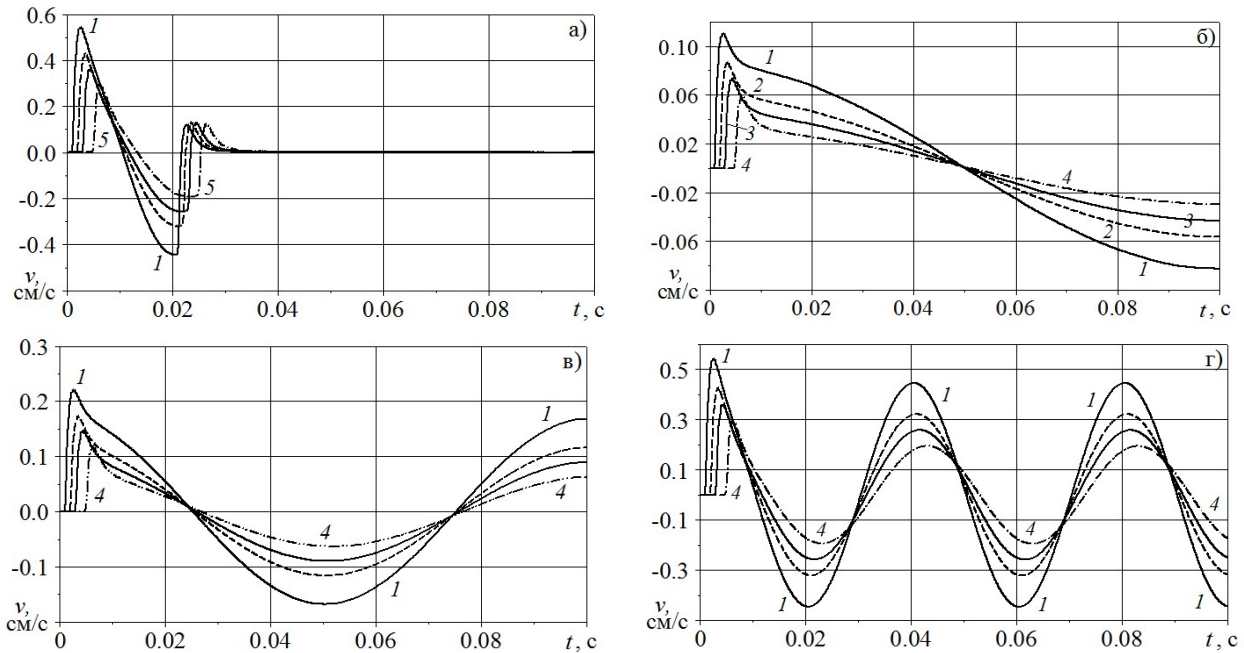


Рис.7. Изменение скорости частиц грунта по времени

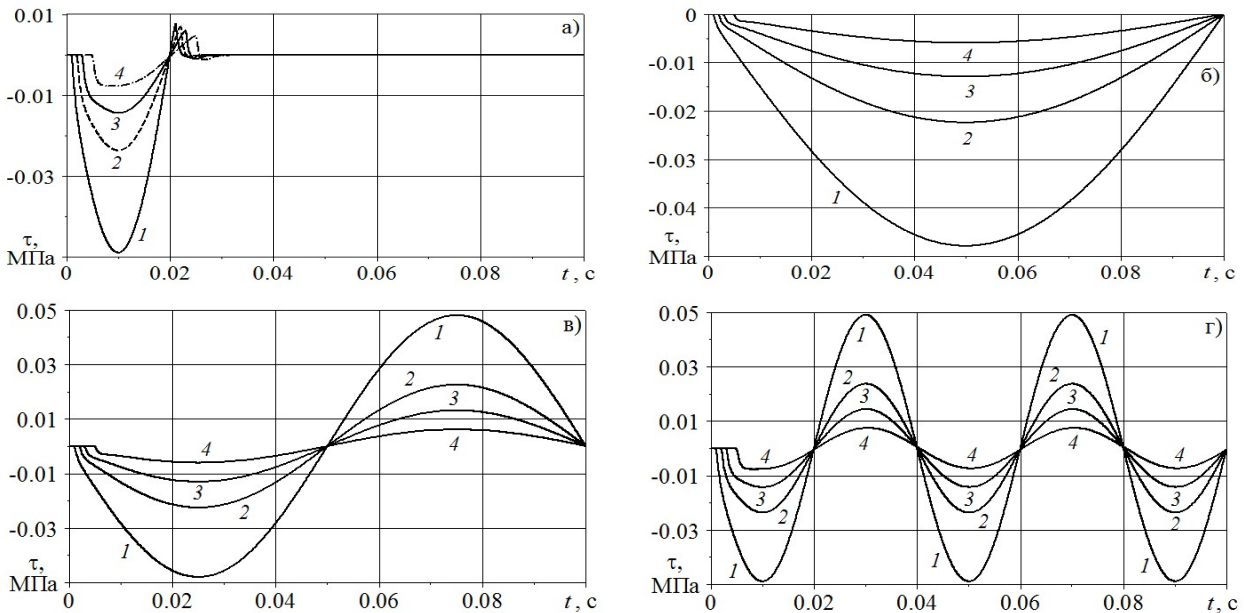


Рис.8. Изменение касательного напряжения по времени

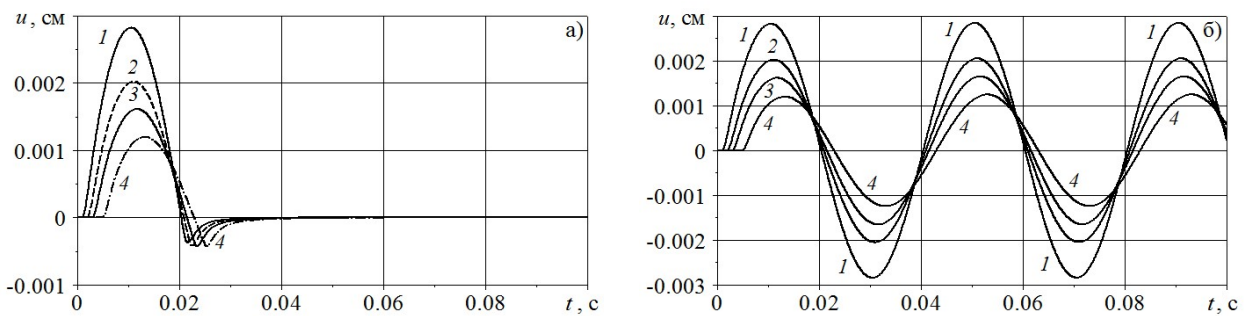


Рис.9. Изменение угловых смещений грунта по времени

Рассмотрим теперь случай, когда на границе $r=r_0$ задается касательное напряжение (2.6). На рис.7–9 приведены зависимости, аналогичные на рис.4–6, при задании $\tau_0(t)=\tau_{max}\sin(\omega t)$, $\tau_{max}=0.2$ МПа. Представленные картины изменения скоростей частиц и касательных напряжений также аналогичны на рис.4–6. Здесь также наблюдается затухание волн с расстоянием от начального цилиндрического сечения. При первом вступлении волны скорость частиц скачком увеличивается до максимального значения и далее меняется по времени аналогично предыдущим результатам. В целом при упругом деформировании грунта цилиндрическая волна затухает с расстоянием. Рассеивание энергии происходит из-за её перераспределения на расширяющемся цилиндрическом слое, чем обусловлено затухание волн.

4.2. Упругопластические волны

Пусть рассматриваемая грунтовая среда подчиняется упругопластическому закону деформирования (2.4): нагружение в упругой зоне и разгрузка по закону (4.1) $-\dot{\tau} = G\dot{\gamma}$, а нагружение в пластической зоне $-\dot{\tau} = G_1\dot{\gamma}$ при $\tau \geq \tau_s$, причем τ_s меняется на значение момента начала разгрузки от пластической зоны в последующих циклах нагружение–разгрузка. Здесь G_1 – модуль сдвига пластического деформирования (коэффициент пропорциональности между касательным напряжением и сдвиговой деформацией).

Конечно-разностное соотношение, согласно (3.7), имеет вид

$$\left(\tau_{k+1/2}^{n+1}\right)_* = \tau_{k+1/2}^n + G\dot{\gamma}_{k+1/2}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2} + q_{k+1/2}^{n+1/2}. \quad (4.3)$$

Проверим условия пластичности. В случае выполнения условия $\left(\tau_{k+1/2}^{n+1}\right)_* < \tau_s$ частицы грунта деформируются в упругой зоне и значения касательных напряжений равны $\tau_{k+1/2}^{n+1} = \left(\tau_{k+1/2}^{n+1}\right)_*$. В противном случае $\tau_{k+1/2}^{n+1} = \tau_s$ и частицы грунта пластически деформируются. Здесь необходимо уточнить применение (4.3) через приращения: уравнение (4.3) соответствует деформированию от начального состояния и в какой-то момент после пластического деформирования происходит разгрузка–нагрузка. Упругое деформирование должно выражаться уравнением

$$\tau - \tau_0 = G(\gamma - \gamma_0),$$

где τ_0, γ_0 – есть опорные значения напряжений и деформаций для нового цикла упругого деформирования. Если примем $\dot{\tau} = G\dot{\gamma}$, то отпадает учет этих опорных значений: для следующего момента времени предыдущие значения напряжений и деформаций являются опорными.

Рассмотрим вариант задания касательного напряжения на границе $r=r_0$ по гармоническому закону $\tau_0(t)=\tau_{max}\sin(\omega t)$. Исходные данные прежние, а также $\tau_{max}=10$ МПа, $\tau_s=1$ МПа, $G_1=G/10$. На рис.10 и 11 приведено изменение касательного напряжения и сдвиговой деформации по времени в фиксированных сечениях $r=2, 3, 4$ и 6 м, соответствующих кривым 1–4, при различных значениях ω : $\omega=5\pi$ (а), $\omega=10\pi$ (б), $\omega=20\pi$ (в) и $\omega=50\pi$ рад/с (г).

Как видно из рис.10, амплитуда касательных напряжений в упругопластической среде намного (более, чем в 3 раза в рассматриваемом случае) меньше по сравнению с амплитудой напряжений в упругом грунте (рис.10, кривые 1 и 2,). При $\omega=5\pi$ и $\omega=10\pi$ рад/с в рассмотренном промежутке времени частицы, находящиеся в более 3 м от границы, деформируются упруго, т.е. пластическая волна не доходит до этих точек (рис.10,а, 10,б, кривые 3 и 4). Здесь также наблюдается уменьшение параметров волны (касательное напряжение, деформации сдвига, скорости частиц и др.) с расстоянием от начального сечения (рис.10 и 11). В связи с этим затуханием волны пластическое деформирование грунта происходит на ограниченном участке. Указанное подтверждают диаграммы «напряжение–деформация», представленные на рис.12 для рассмотренных вариантов. Ход кривых 4 (соответствующих сечениям $r=6$ м) полностью совпадает с кривыми, полученными для упругого грунта как для напряжений, так и для сдвиговых деформаций (зависимость касатель-

ного напряжения от деформации сдвига остается линейной, рис.12). Анализ графиков на рис.10 и 11 показал, что некоторые изломы кривых в начальные моменты времени связаны с точкой излома на диаграмме «напряжение–деформация» при переходе к пластической деформации или к разгрузке.

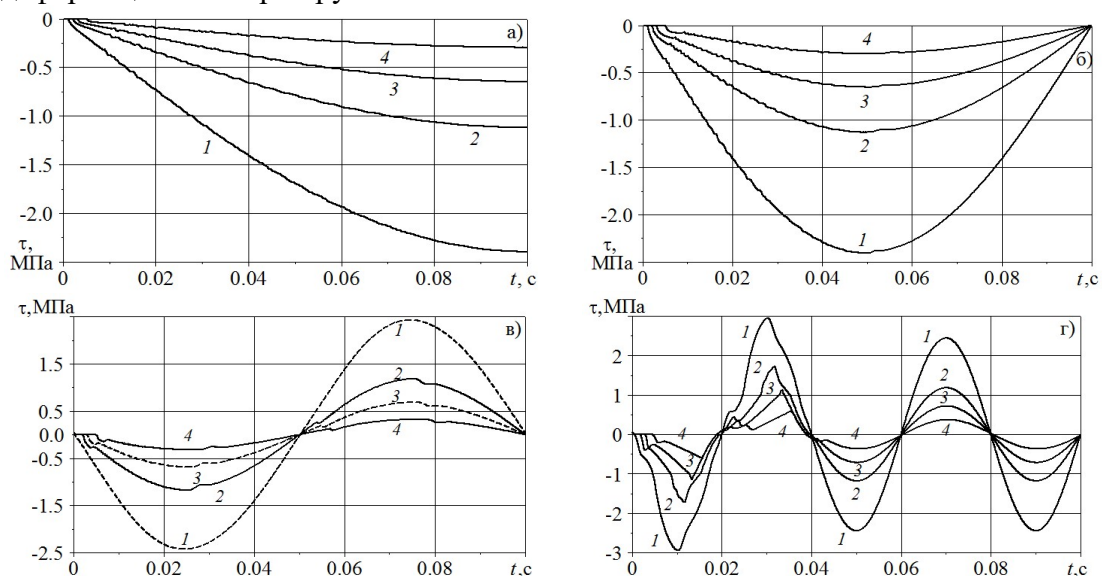


Рис.10. Изменение касательного напряжения по времени

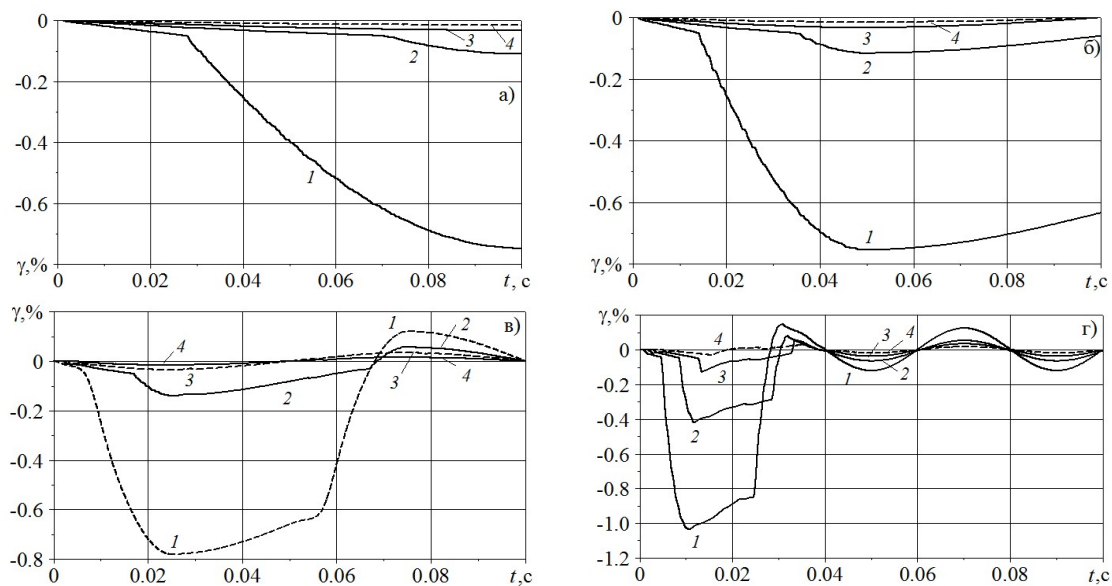


Рис.11. Изменение сдвиговой деформации по времени

Из анализа полученных результатов следует, что максимальные касательные напряжения достигаются вблизи приложения нагрузки. На рис.13 приведены изменения касательных напряжений и угловых смещений по времени в цилиндрическом слое $r=r_0+0.1=1.1$ м для различной частоты приложенной нагрузки. Кривые 1–4 рис.13 соответствуют вариантам а, б, в и г на рис.10, 12. Для всех этих рассмотренных вариантов расчетов распределение максимальных абсолютных значений касательного напряжения, а также значений предела упругости по радиусу приведены на рис.14. Рис.14,а наглядно демонстрирует затухание касательного напряжения с расстоянием от приложенной нагрузки и концентрации максимальных значений вокруг начального цилиндрического сечения, где приложена внешняя нагрузка. Из рис.14,б можно определить, является ли деформирование грунта пластическим или упругим – допределельным деформированием: для наблюдаемых случаев область упругопластического деформирования достигает не более 3 м от места приложения нагрузки. За пределом этой области касательные напряжения не превышают пределов упругости, т.е. предел упругости τ_s не меняется от первоначального значения.

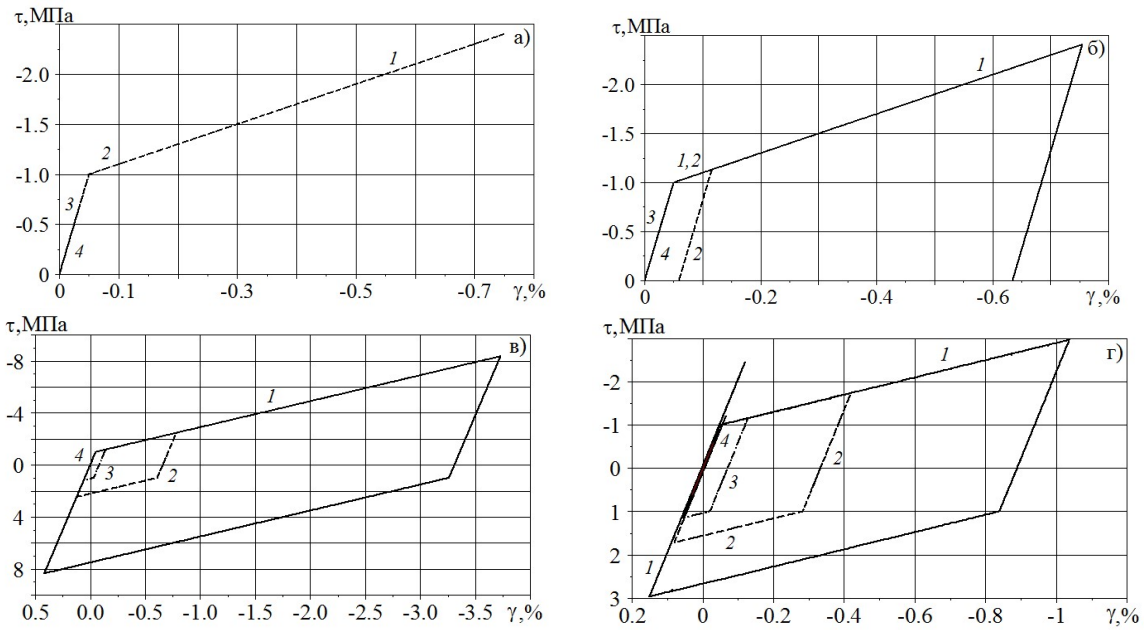


Рис.12. Зависимость касательного напряжения от сдвиговой деформации

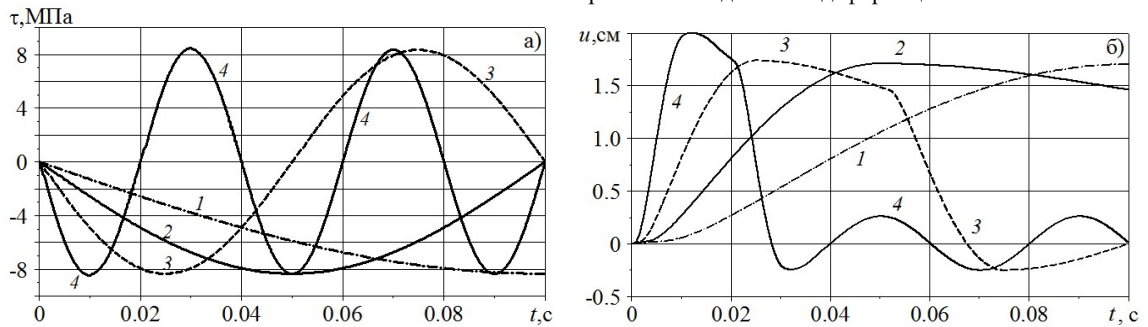


Рис.13. Изменение касательного напряжения и углового смещения грунта по времени в цилиндрическом слое $r = 1.1$ м

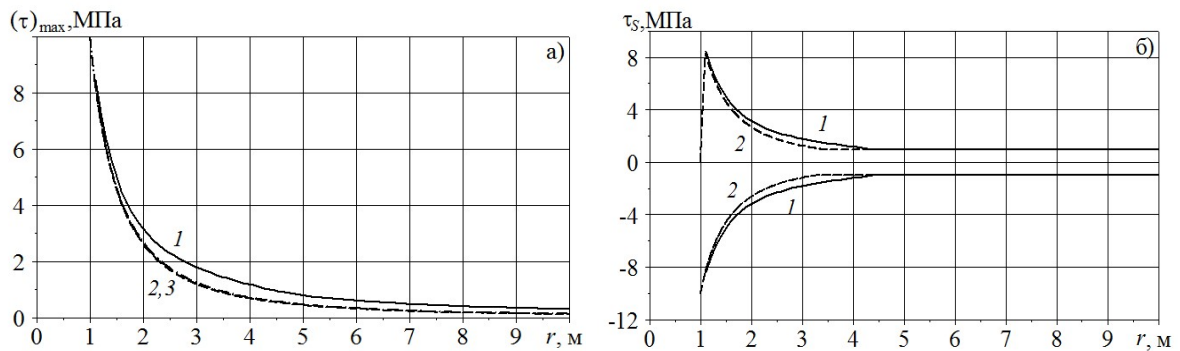


Рис.14. Распределение максимальных касательных напряжений (а) и предела упругости τ_s (б) по радиусу

Из рис.13 и 14 видно, что интенсивность затухания цилиндрической сдвиговой волны с расстоянием примерно обратно пропорциональна корню квадратному из расстояния от места приложения нагрузки: затухание происходит по закону $r^{-\alpha}$, где $\alpha \approx 1/2$.

5. Выводы

Получены численные результаты одномерной задачи о распространении цилиндрических сдвиговых волн в упругой и упругопластической грунтовой среде.

Разработана численная методика решения поставленной задачи с использованием метода конечных разностей с центральной разностной схемой. Составленный алгоритм реализован на ПЭВМ с помощью Java.

Из полученных результатов выявлено затухание параметров распространяющихся цилиндрических волн (касательное напряжение, деформация сдвига и угловая скорость) с расстоянием в упругой и упругопластической грунтовой среде. Интенсивность затухания

цилиндрической сдвиговой волны с расстоянием примерно обратно пропорциональна корню квадратному радиальной координаты. Затухание волн с расстоянием обусловлено тем, что происходит рассеивание энергии деформирования на расширяющемся цилиндрическом слое грунта. В случае нагрузки, превышающей предел упругости грунта, частицы испытывают пластические деформации вблизи приложения нагрузок: в рассмотренных вариантах расчета граница упругопластического деформирования составила 3-кратный размер цилиндрического радиуса.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ляхов Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. М.: Наука, 1982. – 288 с.
- [2] Ляхов Г.М. Основы динамики взрыва в грунтах и жидких средах. М.: Недра, 1964. –214 с.
- [3] Султанов К.С. Волновая теория сейсмостойкости подземных сооружений. Ташкент: Фан, 2016. –392 с.
- [4] Рыков Г.В., Скобеев А.М. Измерение напряжений в грунтах при кратковременных нагрузках. М.: Наука, 1978. –168 с.
- [5] Muggleton J.M., Kalkowski M., Gao Y., Rustighi E. A theoretical study of the fundamental torsional wave in buried pipes for pipeline condition assessment and monitoring // Journal of Sound and Vibration. 2016. Vol.374. P. 155–171. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.03.035>.
- [6] Рахматуллин Х.А., Демьянов Ю.А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. М.: Университетская книга, Логос, 2009. – 512 с.
- [7] Новацкий В.К. Волновые задачи теории пластичности. М.: Мир, 1978. – 308 с.
- [8] Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Черевко М.А. Дифракция упругих волн. Киев: Наукова думка, 1978. – 308 с.
- [9] Петрашень Г.И. Основы математической теории распространения упругих волн // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Вып. XVIII. Л.: Наука, 1978. –248 с.
- [10] Абдукадыров С.А. Нестационарная дифракция плоской волны сдвига на жестком цилиндре // Доклады РАН, 1992. Т. 322. № 4. С.697–699.
- [11] Borghi R., Frezza F., Santarsiero M., Schettini G. Angular spectrum of modified cylindrical wave-functions // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. 1999. Vol.20. №10. P. 1795–1801.
- [12] Dey S., Gupta S., Gupta A.K. Propagation of torsional surface waves in viscoelastic medium // International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 1996, Vol. 19. P. 209–213.
- [13] Achenbach J.D. Wave propagation in elastic solids. 8-ed. Amsterdam – Lausanne – New York; Oxford; Shannon; Singapore; Tokio: Elsevier Science Publishers, 1999. –425 p.
- [14] Hernarski R.B., Ignaczak J. The mathematical theory of elasticity. 2-ed. London; New York: CRC Press, 2011. –787 p.
- [15] Love A.E.H. A treatise on the mathematical theory of elasticity. 4-ed. New York: Dover publications, 1944. – 643 p.
- [16] Sultanov K.S. Vatin N.I. Wave Theory of Seismic Resistance of Underground Pipelines // Appl. Sci. 2021. Vol. 11, Article №1797.
- [17] Sultanov K.S., Khusanov B.E., Rikhsieva B.B. Shear waves around an underground pipeline // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2020. Vol. 869. P.052016.
- [18] Sultanov K.S., Khusanov B.E., Rikhsieva B.B. Interaction of a rigid underground pipeline with elastic-viscous-plastic soil // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2020. Vol. 883. P.012038.
- [19] Carcione J.M. Discussion on: “Propagation of torsional surfaces waves in viscoelastic medium” // International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics. 1999. Vol. 23. P. 275–276.
- [20] Wilkins M.L. Computer Simulation of Dynamic Phenomena. Berlin: Springer-Verlag, 2010. –246 p.

Дата поступления
19.04.2021

Хусанов Б.Э., Рихсиева Б.Б. Эластик ва эластик-пластик муҳитларда бир ўлчамли цилиндрик силжии тўлқинлари

Аннотация. Мақолада чекли айирмалар усули ёрдамида эластик ва эластик-пластик грунтли муҳитларда цилиндрик силжии тўлқинлари тарқалишининг бир ўлчамли масалаларини сонли ечиши услуби ишлаб чиқилган. Олинган сонли натижалар график кўринишида ифодаланган ва улар асосида эластик ва эластик-пластик грунтли муҳитларда тарқалаётган (уринма кучланиши, силжии деформацияси ва чизиқли тезлик) цилиндрик тўлқинларнинг масофа бўйича сўниши аниқланган. Ушбу тўлқинларнинг сўниши деформацияланиши энергиясининг масофа ошиши билан грунтнинг кенгаётган цилиндрик қатлам бўйича тақсимланиши билан асосланди. Таъсир этаётган юкланиши эластик чегарадан ортганда грунтнинг пластик деформацияси юкланиши қўйилган жойга яқин грунт қатламларида содир бўлган. Грунтнинг эластик-пластик деформацияланиши соҳалари чегаралари аниқланган.

Калит сўзлар: грунтли муҳит; тўлқин тарқалиши; эластиклик; пластиклик; уринма кучланиши; силжии деформацияси.

Khusanov B.E., Rikhsieva B.B. One-dimensional cylindrical friction waves in elastic and elastic-plastic environments

Abstract. The method of numerical solution of a one-dimensional problem of cylindrical shear wave propagation in an elastic and elastic-plastic soil is developed in the article using the finite difference method. The obtained numerical results are presented in the form of graphs. From the results obtained, the attenuation of the parameters (shear stress, shear strain, and angular velocity) of propagating cylindrical waves with distance in an elastic and elastic-plastic soil was revealed. The attenuation of waves with distance is justified by the dissipation of deformation energy on the expanding cylindrical soil layer. In the case of loading beyond the elastic limit, plastic deformations occur in soil near the point of load application. The boundaries of elastic-plastic deformation of soil are determined.

Keywords: soil medium; wave propagation; elasticity; plasticity; shear stress; shear strain.

УДК 532.3

СРАВНЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ

Маликов З.М., Наврузов Д.П.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: malikov.z62@mail.ru, navruzov.d@mail.ru

Аннотация. Проведен сравнительный анализ моделей турбулентности $k-\varepsilon$ Чена, Секундова v_t-92 и современной двухжидкостной модели для затопленной осесимметричной дозвуковой струи. Для численной реализации задачи была использована неявная схема. Сравнительный анализ проведен для осевой скорости, продольных скоростей и турбулентного напряжения. Проведено сравнение полученных численных результатов с экспериментальными данными. Показано, что двухжидкостная модель более точно описывает турбулентное течение, чем другие модели.

Ключевые слова: модификация; двухжидкостная модель турбулентности; струя; модель Секундова; модель Чена $k-\varepsilon$.

Введение.

Рассматриваемая задача имеет большое значение для авиационной и ракетнокосмической техники. Поэтому исследованию различных струй, начиная с работ Прандтля, за последние 100 лет посвящено множество работ [1, 2]. Однако, несмотря на это, рассматриваемую задачу нельзя считать как полностью завершённую, так как она связана с до сих пор не решённой проблемой турбулентности. Хотя до сегодняшнего дня разработано свыше 100 различных моделей турбулентности, универсальной модели её пока ещё не существует. Это означает, существующие модели, если и описывают удовлетворительно одни классы турбулентности, то другие они могут описывать не только некачественно, но и неверно. Во многих случаях при движении жидкости и газа возникают так называемые поверхности тангенциального разрыва. Течение жидкости в окрестности такой поверхности называется струей. В зависимости от относительного направления движения струи могут быть спутными или встречными. Наиболее изучённым видом является турбулентная струя, распространяющаяся в покоящейся среде; такая струя называется затопленной. В настоящей статье проведено сравнительное тестирование моделей Чена $k-\varepsilon$, Секундова v_t-92 и модели турбулентности на основе динамики двух жидкостей для осесимметричной дозвуковой струи [3, 4]. Эта задача имеет два положительных свойства. Во-первых, она очень близка к реальным задачам расчёта дозвуковой струи в турбинах авиационных двигателей, а во-вторых, для неё существуют очень подробные экспериментальные данные [3].

Основная часть. Математическая модель

Модель Чена $k-\varepsilon$. В основе модифицированной модели Чена лежит хорошо известная стандартная модель $k-\varepsilon$. Данная модель является типичным представителем моделей, направленных на замыкание систем уравнений Навье–Стокса, осреднённых по Рейнольдсу (RANS) [5]. Все существующие модификации модели $k-\varepsilon$ основаны на совместном решении уравнений переноса импульса, кинетической энергии и скорости диссипации. Од-

ной из модификаций k - ε модели является хорошо известная модель Чена, которая имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'} \right), \\ \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \rho L_k, \\ \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \varepsilon)}{\partial x_j} = f_1 C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \rho L_\varepsilon. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь

$$P = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad \tau_{ij} = \mu_t \left(2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

Турбулентная вихревая вязкость рассчитывается по формуле $\mu_t = C_\mu f_\mu \frac{\rho k^2}{\varepsilon}$.

Константы и вспомогательные функции:

$$\sigma_k=1, \sigma_\varepsilon=1.3, C_{\varepsilon 1}=1.35, C_{\varepsilon 2}=1.8, f_2 = 1 - \frac{0.4}{0.8} e^{-\frac{\text{Re}_t^2}{36}}, f_2 = 1, \text{Re}_t = \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon}, f_\mu = 1 - e^{-0.0115d^+}, C_\mu=1.35,$$

$$d^+ - \text{расстояние до стенки, где } d^+ = \frac{d \rho u_t}{\mu}, L_k = -2 \frac{\mu k}{\rho d^2}, L_\varepsilon = -2 \frac{\mu k}{\rho d^2} e^{-\frac{d^+}{2}}, U_t = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_w}}.$$

В наших расчетах области отсутствует стена. В задаче рассматривается дозвуковая струя, поэтому поток назовем несжимаемым. Следовательно, можно считать плотность среды постоянной. По теории пограничного слоя Прандтля давление также можно отнести к постоянному. Тогда во втором уравнении системы (1) можем исключить давление. Рассматриваемая задача имеет осевую симметрию. Поэтому запишем следующую систему уравнений (1) в цилиндрической системе координат:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial r v}{r \partial r} = 0, \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial}{r \partial y} \left(r(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial r} \right), \\ u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial}{r \partial y} \left(r \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right) + 2\mu_t - \varepsilon - L_k, \\ u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = P f_1 C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + L_\varepsilon. \end{cases} \quad (2)$$

Модель Секундова v_t -92. Модель Секундова v_t -92 [6] относится к классу однопараметрических моделей турбулентности RANS. В основе данной модели лежит предположение о переносе вихревой структуры потока конвективным и диффузионным способами. Поэтому в данной модели для поиска турбулентной кинематической вязкости используется уравнение переноса субстанции. Многочисленные исследования этой модели показали, что она низко Рейнольдсовая модель. Это означает, что она способна описывать всю область течения, включая пристеночные слои. Первый вариант модели Секундова был предложен в 1992 г. [3] и за прошедшие годы она была усовершенствована.

Система уравнений турбулентной осесимметричной струи с использованием модели Секундова в цилиндрических координатах имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial rv}{r\partial r} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(r(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial r} \right), \\ \frac{\partial \rho v_t}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j v_t)}{\partial x_j} = \rho(P_v - D_v) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho(v + C_0 v_t) \frac{\partial v_t}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho(-v + (C_1 - C_0)v_t) \frac{\partial v_t}{\partial x_j} \right]. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь

$$P_v = \rho C_2 A_2 (v_t \Gamma_1 + A_1 v_t^{4/3} \Gamma_2^{2/3}) + \rho C_2 F_2 A_2 N_1 \sqrt{(v + v_t) \Gamma_1} + \rho C_3 v_t \left(\frac{\partial^2 v_t}{\partial x_j \partial x_j} + N_2 \right),$$

$$D_v = \rho C_5 v_t^2 \Gamma_1^2 / a^2 + \rho C_4 v_t \left(\frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_j} + \left| \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_j} \right| \right),$$

где v , v_t – молекулярная и турбулентная вязкость; a – скорость звука, угловые скобки представляют собой среднее по времени. Турбулентная вихревая вязкость $\mu_t = \rho v_t$.

Другие термины, встречающиеся в приведенных выше уравнениях, определяются следующим образом:

$$F_1 = \frac{N_1 d_w + 0.4 C_8 v}{v_t + C_8 v + v_{t,w}}, F_2 = \frac{\chi^2 + 1.3\chi + 0.2}{\chi^2 - 1.3\chi + 1.0}, \chi = \frac{v_t}{7v}, \Gamma_1 = \sqrt{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)},$$

$$\Gamma_2 = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_n \partial x_n} \right) + \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_m \partial x_m} \right)}, N_1 = \sqrt{\frac{\partial v_t}{\partial x_j} \frac{\partial v_t}{\partial x_j}}, N_2 = \sqrt{\frac{\partial N_1}{\partial x_j} \frac{\partial N_1}{\partial x_j}}.$$

Константы: $A_1 = -0.5$, $A_2 = 4.0$, $C_0 = 0.8$, $C_1 = 1.6$, $C_2 = 0.1$, $C_3 = 4.0$, $C_4 = 0.35$, $C_5 = 3.5$, $C_6 = 2.9$, $C_7 = 31.5$, $C_8 = 0.1$. Методика постановки начальных и граничных условий для системы уравнений (3) представлена в работе [7].

Двухжидкостная модель. В последнее время опубликована работа [4], где предложен новый подход к проблеме турбулентности. В этой работе математически доказано, что турбулентный поток можно представить в виде гетерогенной смеси двух жидкостей, которые совершают относительное движение. Поэтому математическая модель турбулентности основанная на динамике двух жидкостей, названа двухжидкостной моделью. В работе [4] двухжидкостная модель использована для решения различных задач турбулентности и показана ее высокая точность, а также ее способность описывать адекватно сложные анизотропные турбулентные потоки. Система уравнений двухжидкостной модели турбулентности имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0, \\ \frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho U_j U_i + \delta_{ij} p)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\Pi_{ij} - \rho v_i v_j), \\ \frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\rho v_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \pi_{ij}}{\partial x_j} + F_i + F_{\perp i}, \\ \Pi_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \pi_{ij} = \rho v_{ij} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \\ v_{ij} = 3v + \left| \frac{v_i v_j}{\text{def}(U)} \right|, F_r = -\rho C_r v, F_{\perp} = 2\rho C_s \text{rot} U \times v. \end{cases} \quad (4)$$

Необходимо отметить, что π_{ij} является тензором. Поэтому в правой части для данного тензора суммирование по повторяющимся индексам не производится.

Запишем систему уравнений (4) в цилиндрических координатах. В новых обозначениях система уравнений предлагаемой модели будет иметь вид

$$\begin{cases} \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial r V_r}{r \partial r} = 0, \\ V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{\partial V_z}{r \partial r} \right) - \frac{\partial r v_r v_z}{r \partial r}, \\ V_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + V_r \frac{\partial v_z}{\partial r} = -(1 - 2C_s) \frac{\partial V_z}{\partial r} v_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_z \frac{\partial v_z}{\partial r}) - C_r v_z, \\ V_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + V_r \frac{\partial v_r}{\partial r} = -C_s \frac{\partial V_z}{\partial r} v_z + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r \frac{\partial v_r}{\partial r}) - 2v_r \frac{v_r}{r^2} - C_r v_r, \end{cases} \quad (5)$$

где z – осевая; r – радиальная координаты.

Тогда

$$v_{zr} = \frac{3}{\text{Re}} + 2 \left| \frac{\psi \bar{v}_z \bar{v}_r}{\bar{r} \bar{V}_z \partial \bar{V}_z / \partial \psi} \right|, v_{rr} = \frac{3}{\text{Re}} + 2 \left| \frac{\psi \bar{v}_r \bar{v}_r}{\bar{r} \bar{V}_z \partial \bar{V}_z / \partial \psi} \right|.$$

Результаты и обсуждение

В большинстве случаев для численного исследования системы уравнений (2) использовались методы в двумерной постановке. Более того, для достижения необходимой точности вблизи стенки расчетная сетка в поперечном направлении сгущалась. Все это приводило к увеличению памяти программы и замедлению скорости расчета. Поэтому разработать численный алгоритм не требующих больших вычислительных ресурсов является актуальной задачей. Для численного исследования поставленной задачи используется система уравнений – осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса в цилиндрической системе координат [5]:

Для поставленной задачи введем обобщенную функцию тока ψ , для которой справедливы соотношения:

$$u = \frac{\psi \partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\psi \partial \psi}{\partial x}. \quad (6)$$

Тогда уравнение неразрывности системы (2) будет удовлетворяться автоматически. Запишем систему (2) в переменных Мизеса [5]. Здесь ν, ν_t – молекулярная и турбулентная вязкость, U, V, W – безразмерные осредненные вектора скоростей; r, z – безразмерные координаты; Начальные и граничные условия для системы уравнений (2) ставятся стандартным образом [7].

Запишем систему (2) в переменных Мизеса [7] (z, r) на $-(\xi, \psi)$, где $\xi = z/L$. В новых переменных производные определяются по известной формуле

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \psi}, \\ \frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \psi}. \end{cases} \quad (7)$$

Так называемое Рейнольдсовое напряжение в системе уравнений (1) имеет следующий вид:

$$-\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial u}{\partial y}.$$

В новых переменных система уравнений (2) приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left(r(v + v_t) \frac{ru \partial u}{\psi \partial \psi} \right), \\ \frac{\partial k}{\partial \xi} = \frac{\partial k}{\psi \partial \psi} \left(r \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{ru}{\psi} \frac{\partial k}{\partial \psi} \right) + \frac{2\mu_t - \varepsilon - 2 \frac{\mu k}{d^2}}{u}, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left(r \left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{ru}{\psi} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \psi} \right) + \frac{C_{\varepsilon_1} f_1 \frac{\varepsilon}{\kappa} - C_{\varepsilon_2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + L_\varepsilon}{ku}. \end{cases} \quad (8)$$

Таким образом, новые переменные позволяют привести все уравнения системы к параболическому виду. Для численной реализации уравнения (8) была использована неявная схема.

Для модели $v_t - 92$ используем (7), в результате чего получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left((v + v_t) \frac{u \partial u}{\psi \partial \psi} \right), \\ \frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left(\frac{u \partial T}{\psi \partial \psi} \left(\frac{v}{Pr} + \frac{v_t}{Pr_t} \right) \right), \\ \frac{\partial v_t}{\partial \xi} = (P_v - D_v) + \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left[(v + C_0 v_t) \frac{u \partial v_t}{\psi \partial \psi} \right] + \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left[(-v + (C_1 - C_0) v_t) \frac{u \partial v_t}{\psi \partial \psi} \right]. \end{cases} \quad (9)$$

Следовательно, новые переменные дают основание привести все уравнения системы к параболическому виду и данную систему можно записать в векторном виде

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\psi \partial \psi} (q \frac{u \partial \Phi}{\psi \partial \psi}) + w. \quad (10)$$

В этом уравнении: $\Phi = \begin{bmatrix} u \\ T \\ v_t \end{bmatrix}$ $q = \begin{bmatrix} v + v_t \\ \frac{v}{Pr} + \frac{v_t}{Pr_t} \\ (v + C_0 v_t) \end{bmatrix}$ $w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (P_v - D_v) + \frac{\partial}{\psi \partial \psi} \left[(-v + (C_1 - C_0) v_t) \frac{u \partial v_t}{\psi \partial \psi} \right] \end{bmatrix}$.

Для численной реализации уравнения (4) была использована неявная схема

$$\frac{\Phi_{i,j} - \Phi_{i-1,j}}{\Delta \xi} = \frac{0.5}{\psi_j \Delta \psi^2} \left[(q_{j+1} + q_j) (\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}) - (q_j + q_{j-1}) (\Phi_{i,j} - \Phi_{i,j-1}) \right] + w_j.$$

Данная схема является абсолютно устойчивой и неизвестные на новом слое находились методом прогонки. Для интегрирования были использованы $\Delta \xi = 0.001$, $\Delta \psi = 0.01$. Количество узлов в радиальном направлении составляю 600. Система (9) решалась для $Re = 5600$. Хорошее соответствие с экспериментальными данными дает следующие начальные условия: $U = 1$, $v_t = 0.0005$. Численные результаты оказались не чувствительными к изменениям шага как по ξ , так и по ψ .

Как для модели Чена и $v_t - 92$ Секундова проведем обезразмеривание и введем новые переменные $-(\bar{\xi}, \bar{\psi})$ для системы уравнений (5):

$$\bar{\xi} = \bar{z}, \quad \bar{V}_z = \frac{\psi \partial \psi}{\bar{r} \partial \bar{r}}, \quad \bar{V}_r = -\frac{\psi \partial \psi}{\bar{r} \partial \bar{z}}.$$

При обезразмеривании все скорости соотнесены к скорости струи на выходе из сопла U_{jet} , а расстояния – к радиусу сопла $D/2$. Система безразмерных уравнений в новых переменных будет иметь следующий вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial \xi} &= \frac{1}{\bar{r} \psi \partial \psi} (\bar{r} \bar{V}_z \partial V_z - \bar{r} \bar{v}_r \bar{v}_z), \\ \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial \xi} &= -\frac{1-2C_s}{\psi} \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial \psi} \bar{v}_r \bar{r} + \frac{\partial}{\bar{r} \psi \partial \psi} \left(\frac{\bar{r} \bar{v}_{rr} \bar{V}_z}{\psi} \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} \right) - \frac{C_r \bar{v}_r}{\bar{V}_z}, \\ \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \xi} &= \frac{-2C_s}{\psi} \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial \psi} \bar{v}_z \bar{r} + \frac{\partial}{\bar{r} \psi \partial \psi} \left(\frac{2\bar{r} \bar{v}_{rr} \bar{V}_z}{\psi} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \psi} \right) - \frac{C_r \bar{v}_r}{\bar{V}_z}, \\ C_r &= C_1 \sqrt{2C_s(1-2C_s)} \frac{r \bar{V}_z}{\psi} \left| \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial \psi} \right|, \\ \bar{r} d\bar{r} &= \frac{\psi \partial \psi}{\bar{V}_z}, \bar{v}_{zr} = \frac{3}{\text{Re}} + 2 \left| \frac{\psi \bar{v}_z \bar{v}_r}{\bar{r} \bar{V}_z \partial \bar{V}_z / \partial \psi} \right|, \bar{v}_{rr} = \frac{3}{\text{Re}} + 2 \left| \frac{\psi \bar{v}_r \bar{v}_r}{\bar{r} \bar{V}_z \partial \bar{V}_z / \partial \psi} \right|. \end{aligned} \right. \quad (11)$$

В этой системе $C_1=0.7875$, $C_2=0$, так как в свободной струе твердые стенки отсутствуют. Для интегрирования были использованы $\Delta \zeta=0.0001$, $\Delta \xi=0.01$. Количество узлов в радиальном направлении было 600. Система (11) решалась для $\text{Re}=5600$. Начальные условия задавались на выходе из сопла. Необходимо отметить, что в отличие от предыдущей задачи результаты решения оказались чувствительными к начальным условиям для возмущений (относительные скорости моли). Хорошее соответствие с экспериментальными данными дают следующие начальные условия: $\bar{V}_z = 1$, $\bar{v}_z = 0.055$, $\bar{v}_r = 0.028 \bar{r}^{1/2}$. Численные результаты оказались не чувствительными к изменению шага как по ζ , так и по ψ . Далее будут про иллюстрированы результаты численного решения системы (11).

Результаты расчетов

Приведем некоторые конкретные примеры, иллюстрирующие кратко описанные ранее свойства $k-\epsilon$ модели Чена, v_t-92 Секундова и двухжидкостной модели турбулентности. На рис. 1 показано сравнение результатов турбулентных моделей с опытными данными из [3] безразмерной осевой скорости от расстояния до сопла.

Из рис. 1 видно, что наиболее близкие результаты к опытными данным дают модели Секундова, а также двухжидкостная модель. На рис.2 *a* и *b* показано сравнение результатов турбулентных моделей с опытными данными [3] для профилей безразмерных продольных скоростей в различных расстояниях от сопла.

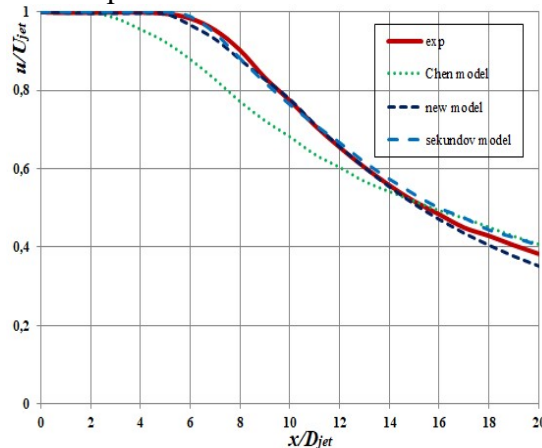


Рис.1. Сравнение турбулентных моделей с опытными данными для безразмерной осевой скорости от расстояния до сопла

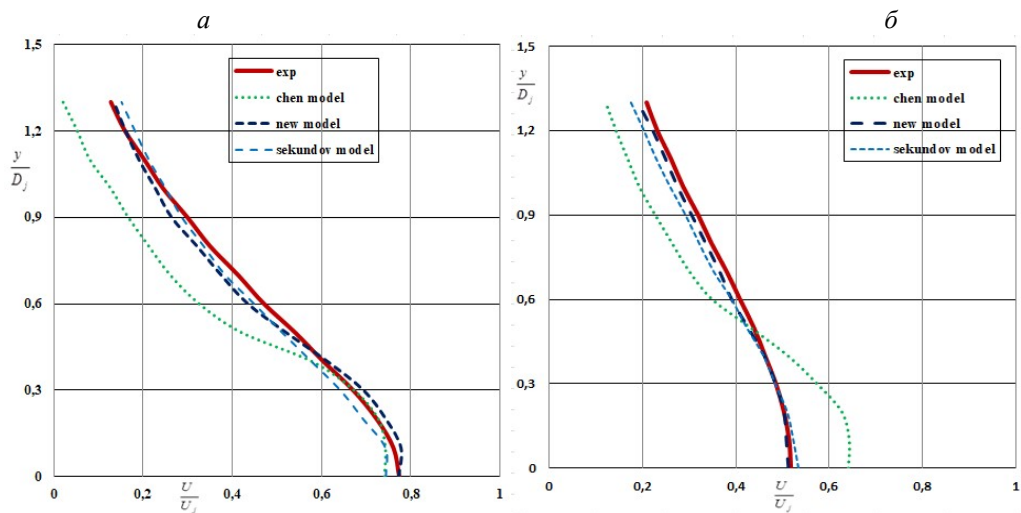


Рис. 2. Сравнение результатов турбулентных моделей с опытными данными [3] профиля продольных скоростей для различных сечений с условиями экспериментов: $a - x / D_{jet} = 10$ и $b - x / D_{jet} = 15$ соответственно

На рис. 3 выведено сравнение результатов трех турбулентных моделей с опытными данными [3] для профилей турбулентного напряжения для различных сечений.

Результаты, представленные на рис.3, показывают, что и для профилей скорости и турбулентных напряжений лучшее соответствие наблюдается для модели Секундова и двухжидкостной модели.

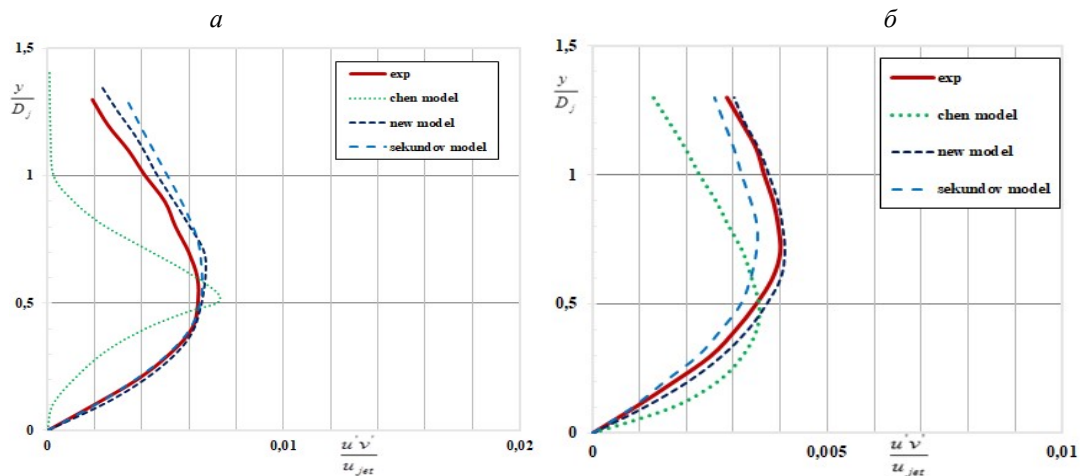


Рис. 3. Сравнение результатов турбулентных моделей с опытными данными [3] профиля турбулентного напряжения для различных сечений с условиями экспериментов: $a - x / D_{jet} = 10$ и $b - x / D_{jet} = 15$ соответственно.

Заключение

Проведено сравнительное тестирование модель Чена $k-\epsilon$, Секундова v_t-92 и двухжидкостной модели турбулентности с результатами экспериментов. Показано, что новая двухжидкостная модель и модель Секундова хорошо описывают турбулентную струю на всех участках течения. Неудовлетворительные результаты наблюдаются у модели Чена. Таким образом, для расчета струйных потоков можно рекомендовать использовать модель Секундова или двухжидкостную модель.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Абрамович Г.Н.* Теория турбулентных струй. М.: Наука. 1984. –716 с.
- [2] Turbulence modeling Resource. NASA Langley Research Center. <http://turbmodels.larc.nasa.gov>.
- [3] *Malikov Z.M.* Mathematical Model of Turbulence Based on the Dynamics of Two Fluids// Applied Mathematic Modeling. 2020. № 82. P. 409–436.
- [4] *Bradshaw P., Ferriss D. H., Atwell N. P.* Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation. J. Fluid Mech., 1967.
- [5] *Mises R.* Zs. angew. Math. u. Mech. 1927. №7. P. 425.

- [6] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. – 840 с.
- [7] Шур М., Стрелец М., Зайков Л., Гуляев А., Козлов В., Секундов А. Сравнительное численное тестирование одно- и двухвыравнивающих моделей турбулентности для течений с разделением и присоединением. AIAA Paper 95-0863, январь, 1995.
- [8] Kudimov N.F., Safronov A.V., Tretyakova O.N. The results of experimental studies of the interaction of multiblock supersonic turbulent jets with an obstacle. Trudy MAI. 2013. № 69. (in Russian).

Дата поступления
22.04.2021

Маликов З.М., Наврузов Д.П. Турбулент моделларни ўққа нисбатан симметрик чўктирилган оқим масаласини ҳисоблашда таққослаш

Аннотация. Товуш тезлигидан паст бўлган ўққа нисбатан симметрик чўктирилган оқим масаласи учун Ченнинг $k-\epsilon$, Секундовнинг $vt-92$ ва янги икки суюқлик турбулент моделлари ўзаро солиштирилган. Масалани сонли ечиш учун ошкормас схема қўлланилди. Солиштира таҳлил ўққа нисбатан тезлик, бўйлама тезлик ва турбулент кучланишлар учун амалга оширилди. Олинган сонли натижалар тажриба натижалари билан ўзаро солиштирилди. Икки суюқлик турбулент модели турбулент оқимни бошқа турбулент моделларга нисбатан аниқ ифодаб беради.

Калит сўзлар: модификация; икки суюқлик модели; Секундов модели; Ченнинг $k-\epsilon$ модели.

Malikov Z.M., Navruzov D.P. Comparison of turbulent models for calculating an axisymmetric submerged jet

Abstract. A comparative analysis of the turbulence models of Chen and Secundov $vt-92$ and the modern two-fluid model for the flow of a submerged axisymmetric subsonic jet is carried out. For the turbulent Chen, Secundov, and two-fluid models, new Mises variables are introduced, which makes it possible to bring all the equations of the system to a parabolic form. An implicit scheme was used for the numerical implementation. Comparative analysis was carried out for axial velocity, longitudinal velocities, and for turbulent stress. The numerical results obtained are compared with the results of experimental data. It is shown that the two-fluid model describes the turbulent flow more accurately than the other models.

Keywords: modification; two-fluid turbulence model; jet; Secundov model; Chen model $k-\epsilon$.

УДК 622.692.4

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ ЭЛЕМЕНТАРНОМ УЧАСТКЕ ГАЗОПРОВОДА ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ГАЗА ИЗ ЕГО КОНЦА В ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ

Хужаев И.К.¹, Ахмаджонов С.С.², Аминов Х.Х.³

¹Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева, АНПУз, Ташкент, Узбекистан

²Андижанский машиностроительный институт, Андижан, Узбекистан

³Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий при Ташкентском университете информационных технологий, Ташкент, Узбекистан

E-mail: s.axmadjonov1990@mail.ru

Аннотация. В рамках гиперболических уравнений состояния газа на коротком элементарном участке газопровода и с привлечением формулы Н.Е. Жуковского о скорости истечения газа в качестве граничного условия сформулирована задача об истечении газа из конца участка через штуцер. Уравнения линеаризованы введением массового расхода газа и решены методом характеристик. Для случая задания входного массового расхода газа получены формулы расчета давления, массового расхода и скорости потока газа для первого условного периода времени, который соответствует времени пробега малых возмущений всю длину участка. Получены рекуррентные формулы для расчета значений давления, массового расхода и скорости газа в последующих условных периодах по времени. Приведены некоторые численные результаты расчетов, полученные для постоянных значений функций, фигурирующих в краевых условиях. Выявлены закономерности распространения волн разряжения и уплотнения, образованные в начале истечения газа из элементарного участка газопровода.

Ключевые слова: газопровод; квазиодномерные уравнения; импульс; масса; малые возмущения; характеристики; рекуррентные формулы.

Введение

Взгляд на распространение волн уплотнения и разряжения в газопроводах, в зависимости от цели их использования, двоякий. Если транспортируется газ или тепло для доставки до потребителя, то скачки импульса и давления являются отрицательными факторами. От этих скачков страдают как пользователь, так и сами установки. Многократные

повторения скачков приводит к накоплению остаточной деформации на определенных участках сети, а также образованию помпажа в нагнетателях, приводящего к вибрации установки [1]. Если трубопровод используется в целях передачи механической энергии (пневмопривод), то фактор распространения скачков, скорее всего, служит в пользу дела [2]. Между тем необходимо знать закономерности распространения скачков импульса и давления в обоих случаях.

Известно, что расчет сети газопроводов при проектировании проводится с данными, относящимися к линейным участкам и точечным элементам [3]. Линейный участок – это трубопровод с определенными длиной, внутренним диаметром, коэффициентом трения, перепадом нивелирной высоты, эффективным коэффициентом теплоотдачи в окружающую среду и другими показателями. В зависимости от установившегося гидродинамического режима течения на линейном участке проводится расчет перепада давления согласно значению расхода газа и изменению температуры транспортируемого газа по известным формулам. Точечные элементы разделяют сеть на линейные участки с отдельными показателями газа и участка. Это могут быть точки подключения производителя и потребителя, нагнетателя, изменения диаметра трубопровода (телескопичность), подключение арматуры управления и др.

При расчете магистральных газопроводов, у которых рабочее давление высокое, потеря давления в точечных элементах, в отличие от линейных элементов, будет не большая и для их учета результат теоретического расчета по общей потере давления на элементарных участках умножат на поправочный коэффициент 1.05 или 1.10 [4]. При расчете газопроводов, применяемых при сборе газа из месторождения, и распределительной сети, где рабочее давление среднее и низкое, влияние точечных элементов на потерю давления будет весомым, и местное сопротивление каждого элемента учитывается [1,4] путем увеличения действительной длины элементарного участка в соответствии с потерей давления на этом точечном элементе.

Для случаев, когда количество точек подключения потребителей большое, разработан метод расчета путевого отбора [5]. При этом суммарный отбор, соответствующий определенной длине трубопровода, делится на расстояние и определяется коэффициент путевого отбора m . И расчет ведется не для заданного массового расхода M , а для переменного расхода $M+mx$.

В зависимости от ожидаемого объема потребления газа и топологии сети газопровода выбираются мощности компрессорных станций. Головная и дожимные компрессорные станции, которые входят в состав магистральных газопроводов, должны обеспечить доставки газа до произвольного потребителя давлением, значение которого должно быть больше минимально допустимого по нормативам давления газа.

Таким образом, точность расчета сети газопроводов определяется точностью газодинамического расчета линейных участков сети.

Газодинамический расчет элементарного участка газопровода с учетом переменной площади поперечного сечения $f=\pi D^2/4$ ведется на основе квазиодномерных уравнений трубопроводного транспорта реального газа. Законы сохранения массы, импульса и энергии, осредненные по поперечному сечению трубопровода, имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho f)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w f)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial(\rho w f)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w^2 f)}{\partial x} = -f \left(\frac{\partial p}{\partial x} + g\rho \frac{dz_1}{dx} \right) - \frac{\pi}{4} \lambda \rho w |w| R, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho f \left(\varepsilon + \frac{w^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho w f \left(\varepsilon + \frac{w^2}{2} \right) \right] = - \frac{\partial(\rho w f)}{\partial x} \\ - \rho w f g \frac{dz_1}{dx} - p \frac{df}{dt} + Qf + \frac{\partial}{\partial x} \left(kf \frac{T}{\partial x} \right) - \Phi(T, T_a). \end{cases}$$

Здесь ρ , p , w , T являются средними показателями плотности, давления, скорости и температуры газа в сечении x в момент времени t ; λ , $R=D/2$ – коэффициент сопротивления трения и радиус трубы; g – ускорение силы гравитации; k – коэффициент теплопроводности газа в законе Фика; $z_1(x)$ – нивелирная высота оси трубопровода. Внутренняя энергия принята в виде $\varepsilon=c_v T$, где c_v – приведённая изохорическая теплоемкость газа.

Достоверность данной системы уравнений доказана в [6] на основе проверки и сравнения нескольких десятков вариантов уравнений из научной литературы и соответствия их физике процесса.

Данная система замыкается уравнением состояния реального газа

$$p = Z\rho RT.$$

Здесь коэффициент сверхсжимаемости газа $Z = \frac{p}{\rho RT}$ служит мерой отклонения состояния реального газа от закона Менделеева–Клапейрона. Для определения значения коэффициента Z используются различные уравнения Ван дер-Вальсового типа и широко используемым из них на сегодняшний день является уравнение Редлиха–Квонга [1,6]

$$Z^3 - Z^2 + Z(a^2 - b^2 p - b)p - a^2 b p^2 = 0,$$

где $a^2 = 0.4278 \frac{T_{kp}^{2.5}}{P_{kp} T^{2.5}}$, $b = 0.0867 \frac{T_{kp}}{P_{kp} T}$, а индексом « kp » выделены критические показатели транспортируемого газа или газовой смеси.

В инженерных расчетах путевым изменением температуры и коэффициента сверхсжимаемости газа пренебрегают и используются их средние значения. Но в условиях низкой и высокой температуры окружающей среды эти факторы существенны [7–8] и необходимо их учитывать в силу возможных вариантов образования гидратов и капель [9–11].

Даже при использовании средней температуры газа система квазиодномерных уравнений и уравнение состояния газа остаются нелинейными. Понижению степени неизвестных в уравнениях способствуют вспомогательные функции [12–14], переход к массовому расходу [3,15] и линеаризация уравнений [16]. Различные аналитические методы и обобщенные функции используются при решении задач трубопроводной транспортировки газа [17] в зависимости от учета или игнорирования того или иного силового и энергетического фактора. Разрабатываются аналитические и численные методы решения задач [18–21] для большого спектра граничных условий элементарного участка газопровода, которые для сети служат внутренними условиями.

Многочисленные задачи трубопроводного транспорта газа в условиях образования и распространения волн уплотнения решены методом характеристик [22–23]. Введение калибровочных функций или бегущих волн позволило учитывать распространения волн в двух направлениях по длине участка с учетом и без учета диссипации кинетической энергии [20]. Тем не менее, мало изучены задачи, когда на границе рассматриваемого участка наложено условие в виде взаимосвязи между искомыми функциями.

Такие задачи формируются, например, при учете характеристик нагнетателя: разность квадрата давления на выходе и на входе нагнетателя прямо пропорциональна квадрату расхода газа [1]. Таким же примером может служить реализация формулы Н.Е. Жуковского для описания истечения газа в открытую атмосферу [16] или закачки газа в элементарный участок (т.е. начало работы участка). В рамках математической физики два эти примера нельзя отнести к конкретному роду граничных условий и такие задачи мало изучены.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу об истечении газа из элементарного участка трубопровода в открытое пространство, где для формирования граничного условия использована формула Н.Е. Жуковского

$$p - p_0 = \rho c (w - w_a),$$

когда задан закон изменения массового расхода газа по времени на входе в участок.

Здесь $c = \sqrt{ZRT}$ – скорость распространения малых возмущений давления в газе, а нулевым индексом выделены показатели газа вне трубопровода. И.А.Чарным доказано [16], что данная формула уместна для всех (пяти) гидродинамических режимов течения.

Заданы начальные распределения давления и скорости газа по длине участка $x \in [0, l]$:

$$p(x, 0) = p_0(x), \quad w(x, 0) = w_0(x). \quad (1)$$

Связь между давлением и плотностью газа задана в виде

$$p(x, t) = c^2 \rho(x, t).$$

На входе в область расчета задано изменение значения массового расхода в зависимости от времени

$$M(0, t) = \psi_0(t), \quad (2)$$

а на выходе из участка задано условие истечения газа в открытое пространство, согласно формуле Н.Е. Жуковского при $w_0=0$:

$$p(l, t) - \psi_l(t) = \alpha f \rho(l, t) w(l, t). \quad (3)$$

Здесь предположим, что разность между давлением в конце участка $p(l, t)$ и атмосферным давлением $\psi_l(t)$, а также правая часть в равенстве $c\rho(l, t)w_s(l, t)$ относятся к поперечной площади штуцера s , через который истекает газ. При этом массовые расходы газа через штуцер и конечные сечения трубы взаимно равны: $c\rho(l, t)w_s(l, t) = f\rho(l, t)w(l, t) = M(l, t)$. Соответственно имеет место равенство $\alpha = c/s$.

При моделировании процесса истечения газа через конечное сечение привлекаем квазиодномерные нелинейные уравнения сохранения импульса и массы изотермического газа в рамках подхода короткого трубопровода [3, 16], т.е. в уравнении сохранения импульса не учитываем сил трения и гравитации, а также локальную составляющую силы инерции газа:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \rho w}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho w}{\partial x} = 0. \end{cases}$$

Метод решения задачи

Переход к массовому расходу газа $M = f\rho w$ в уравнениях и условиях позволяет составить линейную задачу относительно давления и массового расхода газа:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{f} \frac{\partial M}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{c^2}{f} \frac{\partial M}{\partial x} = 0; \end{cases}$$

$$p(x, t) = p_0(x), \quad M(x, 0) = M_0(x), \quad M(0, t) = \psi_0(t), \quad p(l, t) - \psi_l(t) = \alpha M(l, t).$$

Введем новые искомые функции

$$u(x, t) = p(x, t) + \frac{c}{f} M(x, t), \quad v(x, t) = p(x, t) - \frac{c}{f} M(x, t), \quad (4)$$

которые приводят к системе уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} + c \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial t} + c \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0. \end{cases}$$

Складывая и вычитая эти уравнения, составим отдельные уравнения переноса субстанций по направлению возрастания координаты x и против нее:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} - c \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

При этом начальные условия (1) приобретают вид

$$u(x,0) = p_0(x) + \frac{c}{f} M_0(x) = \varphi_0^{(u)}(x), \quad (6)$$

$$v(x,0) = p_0(x) - \frac{c}{f} M_0(x) = \varphi_0^{(v)}(x), \quad (7)$$

а граничные условия (2) и (3) –

$$u(x,0) - v(0,t) = \frac{2c}{f} \psi_0(t), \quad (8)$$

$$(1-k)u(1+k)v(l,t) = 2\psi_l(t). \quad (9)$$

Здесь ввели обозначение $k = f/s$.

Расчетную область $D\{(x, t): 0 \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T\}$ делим на полосы с равномерным шагом по времени – условным периодом l/c и в каждом из них получим формулы для расчета. Начнем решение с первой временной полосы $x \in [0, l/c]$.

Характеристики системы уравнений имеют одинаковый вид для всех временных полос:

$$x = \pm ct + const.$$

С привлечением характеристик $x-ct=0$ и $x+ct=l$, которые проходят через точки $(0, 0)$ и $(l, 0)$, разделим первую временную полосу на подобласти D_1, D_2, D_3 , и D_4 (рис. 1). В подобласти $D_1 \cup D_2$ выполним интегрирование второго уравнения системы (5) вдоль характеристики $x=\pm ct+const$. Проходящая через точки (x, t) характеристика записывается в виде $\xi+c\eta=x+ct$, откуда находим $\xi=x+c(t-\eta)$. Вдоль характеристики η функция $v(x, t)$, согласно второму уравнению системы (5), сохраняет свое значение

$$\frac{d}{d\eta} v[x+c(t-\eta), \eta] = 0.$$

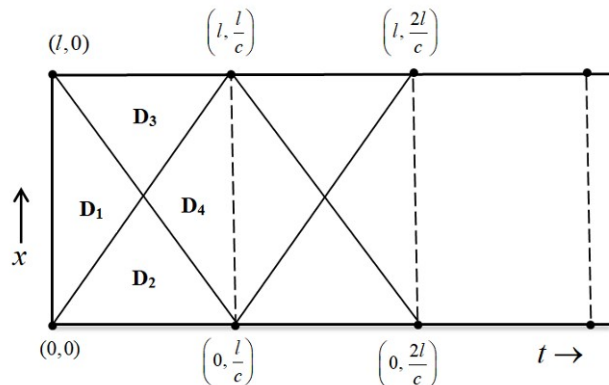


Рис. 1. Разделение расчетной области на временные полосы и подобласти полос

Интегрируя это уравнение по η в пределах от 0 до t , для подобласти $D_1 \cup D_2$ находим

$$v(x, t) = v(x+ct, 0) = \varphi_0^{(v)}(x+ct). \quad (10)$$

Рассуждая аналогично, в подобласти $D_1 \cup D_3$ относительно $u(x,t)$ вдоль характеристики ξ получим решение

$$u(x,t) = \varphi_0^{(u)}(x-ct). \quad (11)$$

Вдоль характеристики $x-ct=const$ в подобласти $D_2 \cup D_4$ сохраняет свое значение функция $u(x,t)$. Поэтому получим зависимость

$$u(x,t) = u\left(0, t - \frac{x}{c}\right).$$

Согласно граничному условию при $x=0$

$$u\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = v\left(0, t - \frac{x}{c}\right) + \frac{2c}{f}\psi_0(t).$$

Здесь по характеристике $l-x=ct$ определим $v\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = \varphi_0^{(v)}(ct-x)$.

В результате для подобласти $D_2 \cup D_4$ получим формулу

$$u(x,t) = u\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = \varphi_0^{(v)}(ct-x) + \frac{2c}{f}\psi_0\left(t - \frac{x}{c}\right). \quad (12)$$

Значение функции $u(x,t)$ в подобласти $D_2 \cup D_4$ вдоль характеристики $x+ct=const$ сохраняет свое значение

$$v(x,t) = v(l, \eta_2) = \frac{2}{1+k}\psi_l(\eta_2) - \frac{1-k}{1+k}u(l, \eta_2).$$

которое формировалось в точке (l, η_2) . Здесь $\eta_2(x, t)$ точка пересечения характеристики $x+ct=const$ с прямой $x=l$, т.е. $\eta_2(x, t) = t - \frac{l-x}{c}$. В связи с этим для подобласти $D_3 \cup D_4$ уместна формула

$$v(x,t) = \frac{2}{1+k}\psi_l\left(t - \frac{l-x}{c}\right) - \frac{1-k}{1+k}\varphi_0^{(u)}(2l-x-ct). \quad (13)$$

Таким образом, получены формулы (10)–(13) для определения значений функций $u(x,t)$ и $v(x,t)$ во всех подобластях первой временной полосы. Обратный переход к исходным искомым функциям, который производили по формулам

$$p(x,t) = \frac{1}{2}[u(x,t) + v(x,t)], \quad M(x,t) = \frac{f}{2c}[u(x,t) - v(x,t)], \quad (14)$$

показал, что начальные и граничные условия задачи удовлетворены.

При известных значениях давления и массового расхода газа скорость его определяется по формуле

$$w(x,t) = \frac{4c^2}{\pi D^2} \frac{M(x,t)}{p(x,t)}. \quad (15)$$

Результат получился в виде вложенных функций: для каждой новой временной полосы из известных из предыдущей временной полосы функций строится новая пара функций по приведенным выше рекуррентным формулам. Это – интервальная математика двух функций в сложной форме. Но мы ограничимся рассмотрением случая интервальной арифметики, когда функции $p_0(x)$, $M_0(x)$, $\psi_0(t)$, $\psi_l(t)$ заданы постоянными значениями p_0 , M_0 , ψ_0 и ψ_l соответственно. При этом можно построить решение в рекуррентных формулах.

Полагаем, что в начале n -й временной полосы известны значения давления p_{n-1} и массового расхода M_{n-1} , а также входной массовый расход $\psi_0=M_b$ и атмосферное давление

$\psi_l = p_a$. В соответствии им находим значения вспомогательных функций в подобластях D_1, D_2, D_3, D_4 данной временной полосы:

$$D_1: u_n(x,t) = \varphi_n^{(u)} = p_{n-1} + \frac{c}{f} M_{n-1}, \quad v_n(x,t) = \varphi_n^{(v)} = p_{n-1} - \frac{c}{f} M_{n-1};$$

$$D_2: u_n(x,t) = \varphi_n^{(v)} + \frac{2c}{f} \psi_0 = p_{n-1} - \frac{c}{f} M_{n-1} + \frac{2c}{f} M_b, \quad v_n(x,t) = \varphi_n^{(v)} = p_{n-1} - \frac{c}{f} M_{n-1};$$

$$D_3: u_n(x,t) = \varphi_n^{(u)} = p_{n-1} + \frac{c}{f} M_{n-1}, \quad v_n(x,t) = \frac{c}{1+k} p_a - \frac{1-k}{1+k} \left(p_{n-1} - \frac{c}{f} M_{n-1} \right);$$

$$D_4: u_n(x,t) = \varphi_n^{(v)} + \frac{2c}{f} M_b = p_{n-1} - \frac{c}{f} M_{n-1} + \frac{2c}{f} M_b,$$

$$v_n(x,t) = \frac{2}{1+k} p_a - \frac{1-k}{1+k} \left(p_{n-1} + \frac{c}{f} M_{n-1} \right).$$

В соответствии им определим значения давления и массового расхода газа в подобластях D_1, D_2, D_3, D_4 данной временной полосы:

$$D_1: p_n(x,t) = p_{n-1}, \quad M_n(x,t) = M_{n-1}; \quad (16)$$

$$D_2: p_n(x,t) = p_{n-1} + \frac{c}{f} (M_b - M_{n-1}), \quad M_n(x,t) = M_b; \quad (17)$$

$$D_3: p_n(x,t) = \frac{p_a + k(p_{n-1} + cM_{n-1}/f)}{1+k}, \quad M_n(x,t) = M_{n-1} + \frac{f}{c} \frac{p_{n-1} - p_a}{1+k}; \quad (18)$$

$$D_4: p_n(x,t) = \frac{p_a + kp_{n-1}}{1+k} + \frac{c}{f} \left(M_b - \frac{M_{n-1}}{1+k} \right), \quad M_n(x,t) = M_b - \frac{kM_{n-1}}{1+k} + \frac{f}{c} \frac{p_{n-1} - p_a}{1+k}. \quad (19)$$

Таким образом, формируя новые и новые входные условия $p_n(x,t)$ и $M_n(x,t)$ при $t=nl/c$, можем дойти до времени T .

Обсуждение результатов

Составлена программа расчета, где сначала для n -й временной полосы определяются дискретные значения p_n и M_n по формулам (16) – (19), а дальше заполняются таблицы по подобластям D_1, D_2, D_3 и D_4 данной временной полосы. Результаты получены для $k=0.1, 0.3$ и 0.01 при $l=5000$ м, $D=100$ м, $M_0=0$ кг/с, $p_0=5.0$ МПа, $p_a=0.1$ МПа. Скорость распространения малых возмущений давления и импульса составила $c=359.80$ м/с, а условный период $l/c=2.77983$ с.

На рис. 2 приведена динамика давления в подобласти D_1 (кривая 1 – верхняя), D_2 (кривая 2 – начинающаяся из верхнего значения), D_3 (кривая 3, начинающая из ступеньки) и D_4 (кривая 4 – нижняя) для первых 31 условного периода.

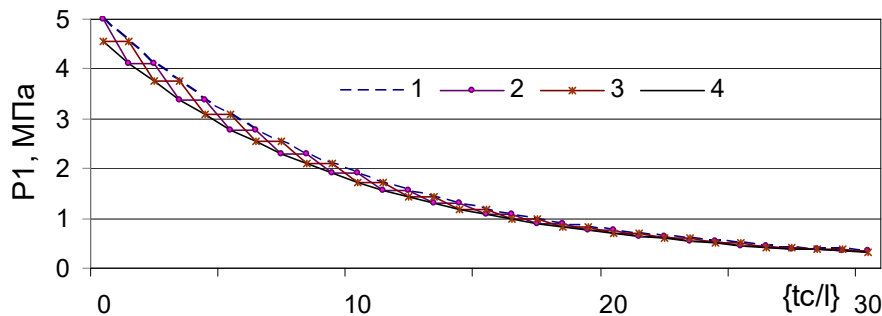


Рис. 2. Изменения значений давления в подобластях D_1, D_2, D_3 и D_4 (кривые 1–4) в первых 30 условных периодах: $l=5000$ м; $M_0=0$ кг/с; $p_0=5.0$ МПа; $p_a=0.1$ МПа; $c=359.80$ м/с

В 114-й временной полосе давление становится 0.1 МПа с точностью кПа.

Соответствующие этому случаю дискретные значения массового расхода газа приведены на рис. 3. Входной массовый расход (в подобласти D_1) имеет нулевое значение (кривая 2), ступеньками снижается давление в подобласти D_3 (кривая 3). Между ними совершают челночное движение давления в подобластях D_3 (кривая 1 – начинается с нуля) и D_4 (кривая 4).

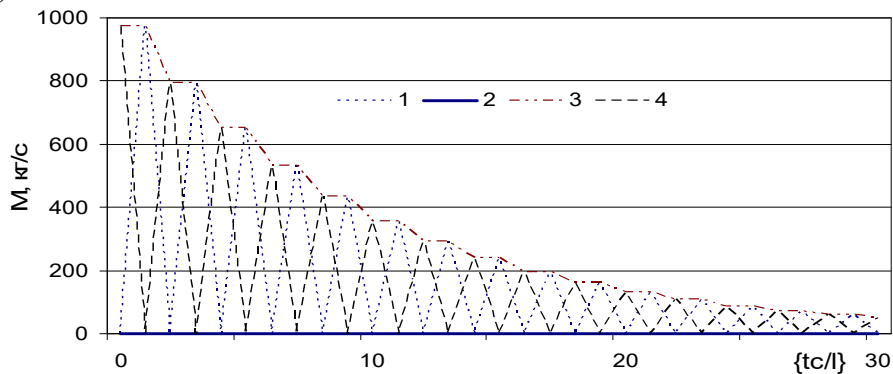


Рис. 3. Динамика массового расхода в подобластях 1, 2, 3 и 4 (данные те же, что на рис. 2)

Как ожидалось, из-за истечения газа из участка давление убывает монотонно, а массовый расход газа демонстрирует “дыхание” трубы с постепенным угасанием: при $t=114$ л/с уже имеет место условие $M < 0.001$ кг/с.

Обозначения, использованные на рис. 3, сохранены и при визуализации скорости для подобластей D_1 – D_4 (рис. 4). Можно отметить выпуклый характер скорости в подобласти D_3 .

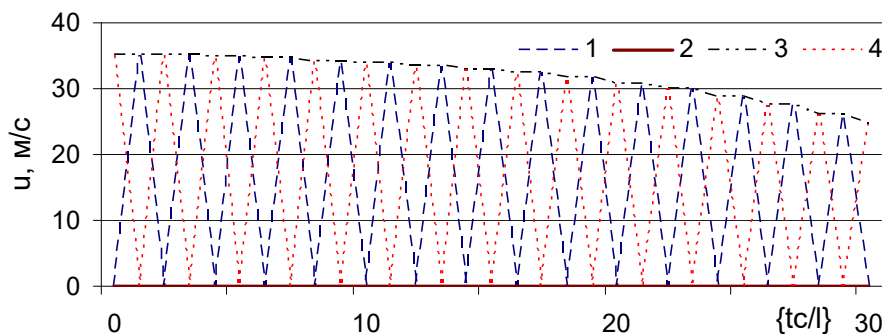


Рис. 4. Изменения скорости потока в подобластях 1–4 по времени (данные те же, что на рис. 2)

На рис. 5 приведены изменения давления в подобласти D_1 при $k=10, 30$ и 100 для временного отрезка $t \in [0, 200]$ л/с. При большом просвете штуцера s происходит интенсивное снижение давления до предельного значения $p_a=0.1$ МПа, а при малом значении s – более медленное его падение.

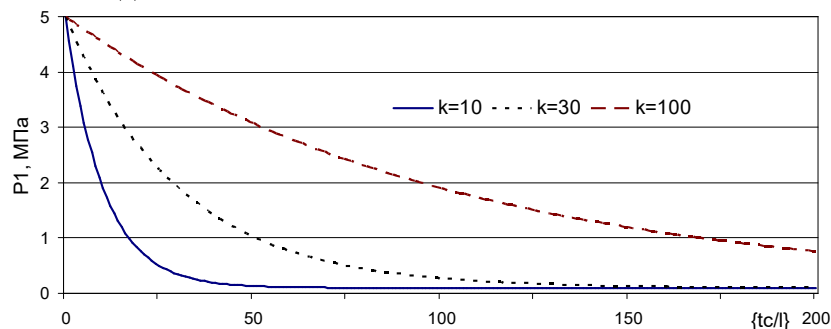


Рис. 5. Временные изменения давления в подобласти D_1 для трех значений $k=f/s$ (данные те же, что на рис. 2)

Если на этом рисунке наблюдается более гладкое изменение давления, то на рис. 6 и 7, где демонстрируются динамика массового расхода в D_3 и скорости потока в D_4 , замет-

ны ступеньки. В обоих случаях наблюдается тенденция стремления к состоянию покоя. Можно полагать, что значения давления и массового расхода газа падают экспоненциальным законом.

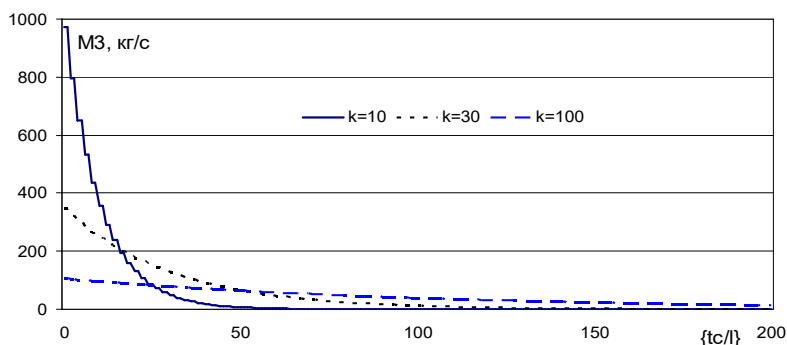


Рис. 6. Изменение массового расхода газа в подобласти D_3 в первых 201-й временной полосе для трех значений $k=f/s$ (данные те же, что на рис. 2)

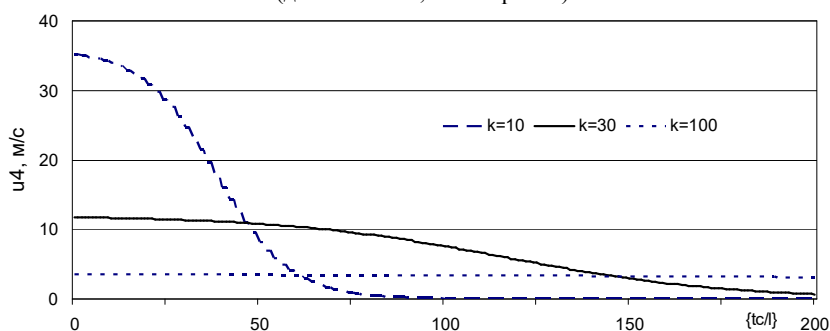


Рис. 7. Динамика скорости потока в подобласти D_4 в первых 201-й временной полосе при различных значениях $k=f/s$ (данные те же, что на рис. 2)

Заметим, что скорость истечения газа через штуцер имеет значение, которое в $k=f/s$ раз превосходит значения скорости в подобласти D_4 .

Выводы

В рамках подхода короткого трубопровода решена задача об истечении газа из конца участка через штуцер, когда на входе элементарного участка известен закон изменения массового расхода газа. Скорость истечения газа определена по формуле Н.Е. Жуковско-го. Задача решена методом характеристик, для чего введены вспомогательные уравнения переноса субстанций в двух направлениях. Область расчета разделена на временные полосы с шагом l/c , и каждая полоса разделена на подобласти.

В зависимости от краевых условий найдены решения задачи в первой временной полосе, а для определения показателей в последующих полосах предложен алгоритм использования полученных формул.

Для постоянных значений функций, фигурирующих в краевых условиях, получены рекуррентные формулы для вычисления давления и массового расхода в подобластях временных полос.

Представлены численные результаты по истечению газа из элементарного участка, входное сечение которого закрыто. Выявлены закономерности распространения волн разряжения и уплотнения, образованные в начале истечения газа из элементарного участка газопровода.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кортаев Ю.П., Ширковский А.И. Добыча, транспорт и подземное хранение газа. М.:Недра, 1997. 487 с.
- [2] Попов Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов. Учеб. для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Е.Баумана, 2001. –320 с.
- [3] Грачев В.В., Щербakov С.Г., Яковлев Е.И. Динамика трубопроводных систем. М.: Наука, 1987. –438 с.

- [4] Новоселов В.Ф., Гольянов А.И., Муфтахов Е.М. Типовые расчеты при проектировании и эксплуатации газопроводов. Учебное пособие для вузов. М.: Недра, 1982. –136 с.
- [5] Бобровский С. А., Щербakov С. Г., Гусейн-заде М. А. Движение газа в газопроводах с путевым отбором. М.: Наука, 1972. –193 с.
- [6] Селезнев В.Е., Алешин В.В., Прялов С.Н. Современные компьютерные тренажеры в трубопроводном транспорте. Математические методы моделирования и практическое применение / Под ред. Селезнева В.Е.. М.: МАКС Пресс, 2007. –200 с.
- [7] Курбатова Г.И., Ермолаева Н.Н., Никитчук Б.Я. Модели оледенения и оттаивания внешней поверхности морского газопровода в северных морях // Мат. модел., 2019. Т.31. №5. С.3–19.
- [8] Ebrahimi-Moghadam A. et al. CFD analysis of natural gas emission from damaged pipelines: Correlation development for leakage estimation // Journal of Cleaner Production. 2018. Vol. 199. No. 2. P.257–271.
- [9] Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Тулунов Л.А. Моделирование гидратообразования в газопроводах // Нефтегазовое дело, 2005. <http://www.ogbus.ru>.
- [10] Figueiredo A.B. et al. Numerical simulation of stratified-pattern two-phase flow in gas pipelines using a two-fluid model // International Journal of Multiphase Flow. 2017. Vol. 88. P. 30–49.
- [11] Сулейманов В. А. Неравновесная термодинамика процесса трубопроводного транспорта природного газа // Научно-технический сборник. Вести газовой науки. 2019. №2(39). С.74–79.
- [12] Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны / Пер. с англ. М.: Мир, 1977.– 624 с.
- [13] Руденко О.В. Основы нелинейной акустики. М.: Изд-во МГУ, 1983. – 181 с. (Rudenko O.V. Fundamentals of nonlinear acoustics. M.: Publishing house of Moscow State University, 1983. –181 p.).
- [14] Рукавишников В.А., Ткаченко О.П. Влияние изгиба профиля трубопровода на распространение внутренних гидроупругих волн // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2010. Т. 50. № 11. С.1988–1997.
- [15] Хужаев И.К., Мамадалиев Х.А., Куканова М.А. Аналитическое решение задачи о распространении волны уплотнения в наклонном трубопроводе, вызванное торможением жидкости // Проблемы вычислительной и прикладной математики. Ташкент, 2015. №2. С.65–79.
- [16] Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. Изд. 2-е. М.: Недра, 1975. 296 с.
- [17] Грачев В.В., Гусейнзаде М.А., Ксендз Б.И., Яковлев Э.И. Сложные трубопроводные системы. М.: Недра, 1982. –256 с.
- [18] Agegnehu Atena, Tilahun Mucbe. Modeling and Simulation of Real Gas Flow in a Pipeline // Journal of Applied Mathematics and Physics, 2016. Vol. 4. P.1652–1681.
- [19] Криксин Ю.А., Тишкин В.Ф. Гибридный подход к решению одномерных уравнений газовой динамики // Мат. модел. 2018. Т.30. №8. С.17–31.
- [20] Бозоров О.Ш., Маматкулов М.М. Аналитические исследования нелинейных гидродинамических явлений в средах с медленно меняющимися параметрами. Ташкент: ТИТЛП, 2015. –96 с.
- [21] Khujaev. I., Mamadaliev. Kh. An iterative method for solving nonlinear equations of real gas pipeline transport // AMSD-2019 Journal of Physics: Conference Series 1441 (2020) 012145 IOP Publishing.
- [22] Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. М.: Наука, 1972. –678с.
- [23] Тихонов А.М., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. –736 с.

Дата поступления
15.04.2021

Хужаев И.К., Ахмаджонов С.С., Аминов Х.Х. Газ қузури чизиқли қисми ҳақидаги масалани қисм охиридан ташқи муҳитга газ оқиб чиқиши ҳоли учун ечишига характеристикалар усулини қўллаш

Аннотация. Газ қузурининг қисқа чизиқли қисмида газ ҳолатининг гиперболик тенгламалари доирасида ва иттуцер орқали участка охиридан газ чиқишига доир масала Н.Е.Жуковскийнинг газнинг оқиб чиқиши тезлигига оид формуласидан фойдаланиб шакллантирилди. Тенгламалар газ масса сарфини киритиши орқали чизиқлаштирилди ва характеристикалар усули билан ечилди. Кичик қўзғалишларнинг участка узунлигини тўлиқ босиб ўтишига сарфланадиган вақтга тенг шартли давр учун киришдаги масса сарфи берилган ҳолатига мос босим, масса сарфи ва оқим тезлигини ҳисоблаш формуллари олинди. Вақтнинг кейинги шартли даврларида газ босими, масса сарфи ва тезлигини ҳисоблаш учун рекуррент формуллалар таклиф этилган. Бошланғич ва чегаравий шартларда қатнашувчи функцияларнинг ўзгармас қийматлари учун айрим ҳисоблаш натижалари келтирилган. Газ қузури чизиқли қисмидан газ оқиб чиқишининг бошланишида ҳосил бўлган зичланиш ва сийракланиш тўлқинлари тарқалиши қонуниятлари аниқланган.

Калит сўзлар: газ қузури; квази бир ўлчовли тенгламалар; импульс; масса; кичик қўзғалишлар; характеристикалар; рекуррент формуллалар.

Khujaev I.K., Akhmadjonov S.S., Aminov Kh.Kh. Application of the method of characteristics to solve the problem about the elementary section of the gas pipeline when out of gas from its end to the environment

Abstract. Within the framework of hyperbolic equations of state of gas on a short elementary section of a gas pipeline and with the involvement of N.E. Zhukovsky on the rate of gas outflow, as a boundary condition, the problem of gas outflow from the end of the section through the choke was formulated. The equations are linearized by introducing the mass flow rate of the gas and solved by the method of characteristics. For the case of specifying the input mass flow rate of gas, formulas for calculating the pressure, mass flow rate and gas flow rate are obtained for the first conditional time period, which corresponds to the travel time of small disturbances over the entire length of the section. Recurrent formulas are obtained for calculating the values of pressure, mass flow rate and gas velocity in subsequent conditional periods in time. Some numerical results of calculations obtained for constant values appearing in the boundary conditions of functions are presented. The regularities of the propagation of waves of rarefaction and compaction, formed at the beginning of the outflow of gas from an elementary section of the gas pipeline, are revealed.

Keywords: gas pipeline; quasi-one-dimensional equations; momentum; mass; small disturbances; characteristics; recurrent formulas.

УДК 621.01:631.358:633.51

ВЛИЯНИЕ МАССОВОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ХЛОПКА НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПНЕВМОТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ ХЛОПКОУБОРОЧНОЙ МАШИНЫ

Маликов З.М., Йулдашев А.Т., Кулдошев Д.А., Маликов Б.З.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: malikov.z62@mail.ru

Аннотация: В статье рассмотрено численное исследование влияния концентрации смеси воздуха с хлопком и удельного веса воздуха на эффективность работы пневмотранспортной системы хлопкоуборочной машины. Показано, что с ростом концентрации смеси воздуха с хлопком увеличивается его объемный вес по сравнению с чистым воздухом, который проходит в одну секунду по сечению трубопровода, что приводит к повышению потребляемой мощности привода вентилятора. Установлено, что с увеличением удельного веса воздуха, связанным с перепадом температуры окружающей атмосферы, также растет объемный вес воздуха, приводящий к увеличению потребляемой мощности привода вентилятора. Численными расчетами определено, что при концентрации смеси воздуха $\mu=0.2$ и полноте машинного сбора $P=0.88$ эффективно работает пневмосистема хлопкоуборочных машин без потерь на землю из приемной камеры при раскрытии урожайности хлопка до 2875 кг/га.

Ключевые слова: пневмотранспорт; воздух; хлопок; смеси; концентрация; центробежный вентилятор; численные исследования; скорость воздуха.

Введение

В хлопкоуборочных машинах хлопок, собранный уборочными аппаратами, транспортируется в бункер-накопитель воздушным потоком. Воздушный поток в пневмотранспорте может быть образован в результате работы всасывающего вентилятора либо за счет эффекта инжекции потока. Конструктивные решения этих принципов образования потока воздуха отличаются друг от друга, а также различны их потребляемые энергии [1–12]. Актуальными задачами для пневмотранспортной системы являются повышение производительности и минимизация потребляемой энергии. Поэтому в данной статье проводится анализ влияния массовой концентрации и удельного веса воздуха на эффективность транспортировки для хлопкоуборочных машин МХ-1,8 и МХ-2,4 [13–21].

Как известно, машинный сбор хлопка-сырца в Республике Узбекистан начинается с октября по ноябрь. В эти месяцы перепады температуры могут быть от $+10^0$ С до $+35^0$ С. При таких перепадах температуры удельный вес воздуха также может изменяться ощутимо (табл.1).

Таблица 1

Изменение удельного веса воздуха в зависимости от изменения температуры окружающей среды при нормальном давлении

t_c^0	10^0 С	20^0 С	30^0 С	40^0 С
$\rho, \text{kg/m}^3$	1.247	1.205	1.165	1.128

По мнению авторов настоящей статьи, влияние данного фактора на эффективность пневмотранспортной системы хлопкоуборочной машины еще не изучено.

В настоящее время машинный сбор хлопка-сырца осуществляется одноразовым сбросом и начинается при раскрытии урожайности свыше 90% хлопка. Известно, что для обеспечения эффективной работы пневмотранспортной системы двухрядной хлопкоуборочной машины производительность вентилятора должна соответствовать $Q=2.2 \text{ м}^3/\text{с}$ при концентрации смеси $\mu=0.2$ по рекомендациям ГСКБ по машинам для хлопководства. Расход воздуха в каждом воздуховоде должен составлять $Q=0.55 \text{ м}^3/\text{с}$. Между тем для одноразового машинного сбора определение допустимой раскрытой урожайности хлопка (G_p) при изменении концентрации смеси воздуха $\mu=0-0.2$ также не изучено. Поэтому в настоящей статье проводятся численные исследования оценки влияния концентрации и удельного веса хлопка на эффективность работы пневмотранспортной системы хлопкоуборочной машины.

Материалы и методы

В пневмотранспортной системе хлопкоуборочной машины для составления кинематики долек хлопка учтены изменения удельного веса хлопка в зависимости от температуры окружающей среды и массовой концентрации хлопка в зависимости от раскрытия урожая. На основе составленной математической модели определено изменение потребляемой мощности привода вентилятора. С помощью пакета программ ANSYS FLUENT получена 3D-картина динамики двухфазной смеси.

Основная часть и результаты

Математические расчеты проведены на основе составленных математических моделей с учетом агротехнических показателей машинного одноразового сбора.

Для проведения численных исследований приняты следующие данные:

- $G_p=2000-5000 \text{ кг/га}$ – расчетная раскрытая урожайность хлопка;
- $V_m=4.2 \text{ км/ч}=1.16 \text{ м/с}$ – скорость машины;
- $n=2$ количество трубопроводов для транспортировки хлопка;
- $\rho=1.2 \text{ кг/м}^3$ – удельный вес воздуха при температуре окружающего воздуха $t=20^\circ\text{C}$;
- $B=0.9 \text{ м}$ – ширина междурядья;
- $P=0.88, 0.91, 0.93$ – коэффициент полноты машинного сбора;
- $1 \text{ га} = 10^4 \text{ м}^2$;
- $G_b=Q \cdot \rho=0.55 \cdot 1.2=0.66 \text{ кг/с}$ – расход воздуха в одном трубопроводе.

На основании принятых исходных данных определим массовый расход хлопка, проходящего в одном трубопроводе:

$$G_m = \mu \cdot G_b, \text{ кг/с.} \quad (1)$$

С другой стороны, данный параметр можно определить по агротехническим показателям машинного сбора:

$$G_m = \frac{G_p \cdot B \cdot V_m \cdot P}{n \cdot 10^4}, \text{ кг/с.} \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) определим раскрытую урожайность хлопковых полей машинного сбора:

$$G_p = \frac{\mu \cdot G_b \cdot n \cdot 10^4}{B \cdot V_m \cdot P}, \text{ кг/га.} \quad (3)$$

Согласно выражению (3), определяем допустимую раскрытую урожайность для эффективной работы пневмосистемы в одноразовом машинном сборе без потерь хлопка на землю из приемной камеры. Результаты представлены в табл.2.

С повышением массовой концентрации хлопка более $\mu=0.2$ увеличиваются потери хлопка на землю из приемной камеры. С целью исключения этого явления необходимо

увеличить объем всасываемого воздуха для одного трубопровода более $Q=0.55 \text{ м}^3/\text{с}$. Это соответственно требует увеличения оборота вентилятора, которое приводит к таким негативным явлениям, как повышение повреждаемости семян хлопка и потребляемой мощности вентилятора. Данное явление подтверждается и проведенными численными расчетами с использованием программы ANSYS FLUENT.

Таблица 2

Допустимая раскрытая урожайность в зависимости от концентрации смеси воздуха при междурядье $B=0.9 \text{ м}$ для эффективной работы пневмотранспортной системы

μ		0	0,05	0,10	0,15	0,20
$G_p, \text{ кг/га}$	$P=0.88$	0	719	1437	2157	2875
	$P=0.91$	0	695	1389	2084	2778
	$P=0.93$	0	680	1361	2041	2722

Для расчета динамики воздушного потока в пакете программ ANSYS FLUENT была выбрана модель турбулентности $k-\omega\text{SST}$ [22]. Авторы статьи сделали выбор, остановившись на этой модели, так как в ней воссоединились все достоинства моделей $k-\epsilon$ и $k-\omega$. Следовательно, она является достаточно надежной и эффективной в предсказании сложных турбулентных явлений.

На рис. 1 показана 3D-модель приемной камеры, а на рис. 2 – расчетная 3D-сетка для приемной камеры. Количество расчетных ячеек достигало 375 000.

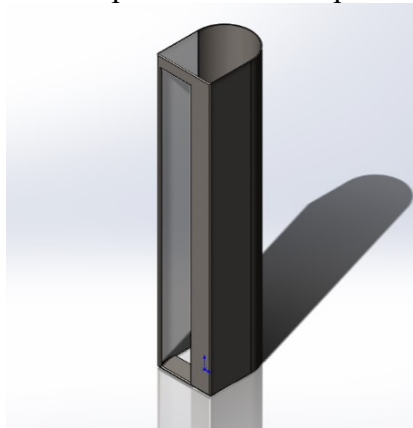


Рис.1. 3D-модель приемной камеры

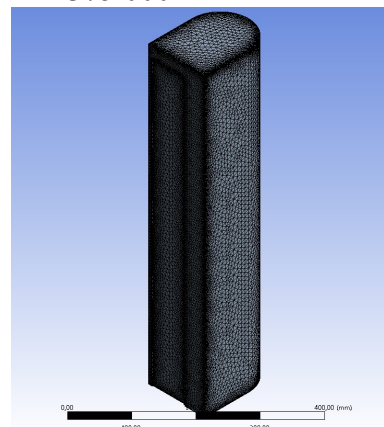


Рис.2. Расчетная 3D-сетка приемной камеры

Для проведения расчета на выходе задавался расход воздуха $Q_1=0.47 \text{ м}^3/\text{с}$. Распределение скорости по высоте входящего потока в камеру из боковой щели определялось опытным путем, показанным на рис. 3.

На рис. 4–5 представлены результаты расчетов. На рис. 5 изображены линии тока воздушного потока. Как установлено, в нижней части камеры скорость воздуха составляет не более 6–7 м/с. Следовательно, такую конструкцию приемной камеры можно считать неэффективной, так как большая вероятность того, что хлопок в нижних частях камеры будет выпадать на землю.

Для подтверждения указанного, в статье проведено также исследование кинематики хлопковых долек. При моделировании кинематики долек хлопка влиянием их на динамику

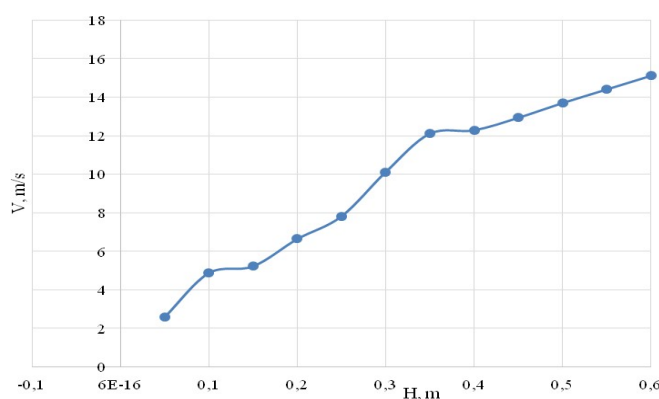


Рис.3. Распределение скорости воздуха, поступающего из боковой щели

ку воздуха пренебрегалось, так как массовый поток хлопка существенно меньше, чем поток воздуха.

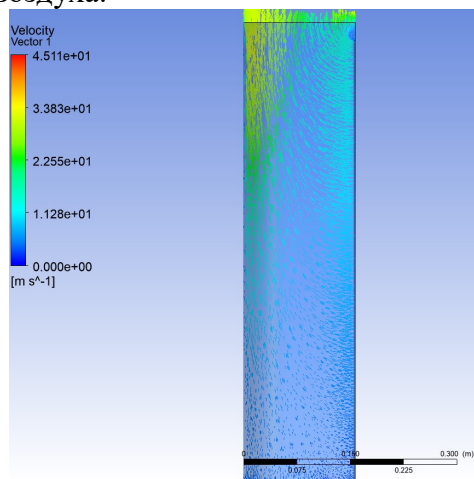


Рис.4. Скорости потока в приемной камере

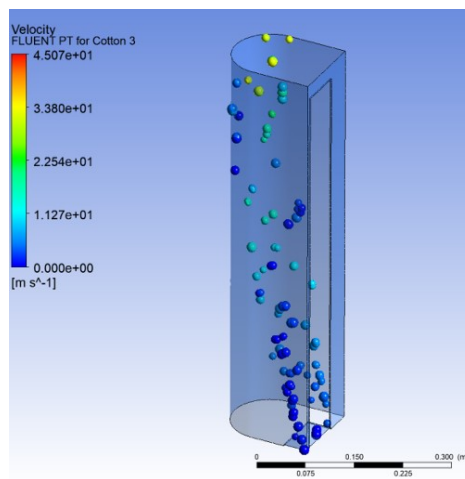


Рис.5. Распределение скорости долек хлопка

На рис. 5 представлены скорости хлопковых долек. Размеры долек хлопка варьировались от 40 до 60 мм. Для расчета динамики долек использовалась модель взаимодействия Ишии-Зубера [23]. Кроме того, учитывались подъемная сила Сеффмена [24] и сила градиента давления [25].

Из рис. 5 видно, что хлопковые дольки в нижних областях камеры имеют довольно маленькие скорости. Данное обстоятельство указывает на то, что приемные камеры имеют низкую эффективность.

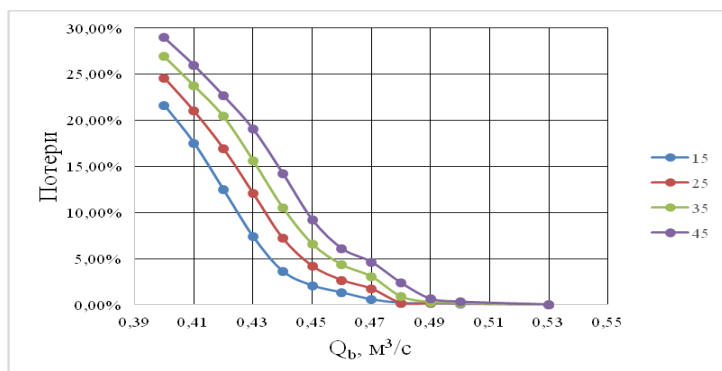


Рис.6. Потери при различном удельном весе долек хлопка в зависимости от расхода воздуха

производительности $0.47 \text{ м}^3/\text{с}$ выпадения хлопка из приемной камеры на землю составляют: при удельном весе дольки хлопка при $\gamma=15 \text{ кг}/\text{м}^3 - 0.56\%$, $\gamma=25 \text{ кг}/\text{м}^3 - 1.72\%$, $\gamma=35 \text{ кг}/\text{м}^3 - 3.04\%$ и при $\gamma=45 \text{ кг}/\text{м}^3 - 4.61\%$.

Как известно, до настоящего времени научная литература не располагает сведениями по изучению влияния удельного веса воздуха и концентрации смеси воздуха на изменение объемного веса смеси, проходящей в одну секунду по трубопроводу пневмотранспортной системы хлопкоуборочной машины. Изменение же объемного веса смеси влияет в конечном итоге на потребляемую мощность привода вентилятора.

С целью определения влияния удельного веса воздуха и концентрации смеси воздуха на изменения объемного веса смеси примем вес дольки хлопка $G_d=1.0 \text{ г}$, размеры в виде растянутого цилиндра длиной $\ell=7.5 \text{ см}$ и диаметром $d=3.3 \text{ см}$ [26].

$$\text{Определим удельный вес растянутой дольки хлопка } G_d = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \ell \cdot \gamma_x, \text{ кг.}$$

Следовательно,

$$\gamma_x = \frac{4 \cdot G_d}{\pi \cdot d^2 \cdot \ell} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{3.14 \cdot (3.3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 7.5 \cdot 10^{-2}} = 15.6, \text{ кг/м}^3.$$

В дальнейшем для упрощения примем удельный вес хлопка $\gamma_x = 15.0 \text{ кг/м}^3$.

1) Объемный расход воздуха V_v , проходящего в одном трубопроводе, можно определить по формуле

$$V_v = \frac{\pi d^2}{4} \cdot g_v, \text{ м}^3/\text{с}. \quad (5)$$

Здесь d – диаметр трубопровода, м ($d = 0.175$ м); g_v – скорость воздуха ($g_v = 25$ м/с);

2) Q_v – объемный вес воздуха, проходящего в одном трубопроводе в одну секунду без хлопка – сырца

$$Q_v = V_v \cdot \rho, \quad (6)$$

где ρ – удельный вес воздуха ($\rho = 1.12 - 1.24 \text{ кг/м}^3$);

3) Q_{xl} – объемный вес хлопка, проходящего в одном трубопроводе в одну секунду

$$Q_{xl} = \mu \cdot Q_v, \text{ кг/с}. \quad (7)$$

Здесь μ – концентрация хлопка в воздушной смеси ($\mu = 0 - 0.4$);

4) V_{xl} – объем хлопка, проходящего в одном трубопроводе в одну секунду в воздушно-хлопковой смеси:

$$V_{xl} = \frac{Q_{xl}}{\gamma_x}, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (8)$$

где γ_x – удельный вес растянутой дольки хлопка ($\gamma_x = 15 \text{ кг/м}^3$);

5) V'_v – объемный расход воздуха:

$$V'_v = V_v - V_{xl}, \text{ м}^3/\text{с}; \quad (9)$$

6) g'_v – скорости воздушного потока:

$$g'_v = \frac{V'_v}{F} = \frac{V'_v \cdot 4}{\pi \cdot d^2}, \text{ м/с}; \quad (10)$$

7) Q'_v – массовый расход воздуха:

$$Q'_v = V'_v \cdot \rho, \text{ кг/с}; \quad (11)$$

8) $(Q'_v + Q_x)$ – массовый расход воздушно-хлопковой смеси.

На основании выражений (5) – (11) заполняем табл.3.

Таблица 3

Изменение показателей пневмотранспортной системы в зависимости от изменения концентрации смеси и удельного веса воздуха

μ	0				0.10				0.20				0.30				0.40			
	1.12	1.16	1.20	1.24	1.12	1.16	1.20	1.24	1.12	1.16	1.20	1.24	1.12	1.16	1.20	1.24	1.12	1.16	1.20	1.24
ρ-плотность воздуха кг/м³	1.12	1.16	1.20	1.24	1.12	1.16	1.20	1.24	1.12	1.16	1.20	1.24	1.12	1.16	1.20	1.24	1.12	1.16	1.20	1.24
Q_v кг/с	0.672	0.696	0.720	0.744	0.672	0.696	0.720	0.744	0.672	0.696	0.720	0.744	0.672	0.696	0.720	0.744	0.672	0.696	0.720	0.744
Q'_v кг/с	0.672	0.696	0.720	0.744	0.666	0.690	0.714	0.738	0.662	0.685	0.708	0.732	0.656	0.679	0.702	0.725	0.652	0.672	0.696	0.719
Q_{xl} кг/с	0	0	0	0	0.0672	0.0696	0.0720	0.0744	0.1344	0.1392	0.1440	0.1488	0.2016	0.2088	0.216	0.2232	0.2688	0.2784	0.2880	0.2976
$Q'_v + Q_x$ кг/с	0.672	0.696	0.720	0.744	0.733	0.759	0.786	0.812	0.796	0.824	0.852	0.881	0.857	0.887	0.918	0.948	0.921	0.950	0.984	1.016
V_v м³/с	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6
V_{xl} м³/с	0	0	0	0	0.0045	0.0047	0.0048	0.0049	0.0090	0.0093	0.0096	0.0099	0.0135	0.0139	0.0144	0.0149	0.0179	0.0185	0.0192	0.0198
V'_v м³/с	0.6	0.6	0.6	0.6	0.5955	0.5953	0.5952	0.5951	0.5910	0.5907	0.5904	0.5901	0.5865	0.5861	0.5856	0.5851	0.5821	0.5815	0.5808	0.5801
g'_v м/с	25	25	25	25	24.81	24.80	24.80	24.79	24.62	24.61	24.60	24.58	24.41	24.40	24.37	24.37	24.25	24.21	24.16	24.16

Анализ и обсуждение

Анализ табл. 3. показывает следующее:

увеличение плотности воздуха от 1.12 до 1.24 кг/м³, которое равносильно уменьшению температуры окружающего воздуха от +30⁰ С до +10⁰, приводит к увеличению веса воздушного потока от 0.672 до 0.744 кг/с. Это способствует увеличению потребляемой мощности привода вентилятора в 0.744:0.672=1.107 раза т.е. на 10.7%;

увеличение концентрации смеси воздуха от $\mu=0$ при $\rho=1.12$ кг/м³ приводит к уменьшению скорости воздушного потока от 25 до 24.25 м/с, а при $\rho=1.24$ кг/м³ – от 25 до 24.16 м/с;

с увеличением концентрации смеси от $\mu=0$ до $\mu=0.4$ и изменением удельного веса воздуха от $\rho=1.12$ до $\rho=1.24$ кг/м³ объемный расход воздуха почти не меняется и остается постоянным – 0.6 м³/с;

с увеличением концентрации хлопка от $\mu=0$ до $\mu=0.4$ при удельном весе воздуха $\rho=1.12$ кг/м³ уменьшается объемный расход воздуха V_v от 0.6 до 0.5801 м³/с;

с увеличением концентрации хлопка от $\mu=0$ до $\mu=0.4$ и удельного веса воздуха $\rho=1.12$ кг/м³ увеличивается объем хлопка в смеси $V_{xl}=0-0.0179$ м³/с.

с увеличением концентрации смеси от $\mu=0$ до $\mu=0,4$ при $\rho=1.12$ кг/м³ увеличивается вес хлопка в смеси $Q_{xl}=0-0.268$ кг/с. Анализ табл. 3. показывает, что с увеличением концентрации смеси от $\mu=0$ до $\mu=0.4$ увеличивается вес смеси (Q_v+Q_{xl}) от 0.672 до 0.921 кг/с, а при $\rho=1.24$ кг/м³ – от 0.744 до 1.016 кг/с.

Заключение

1. С уменьшением удельного веса воздуха от $\rho=1.24$ до $\rho=1.12$ кг/м³, которое связано с повышением температуры окружающей среды от +10⁰ С до +35⁰ С, при концентрации $\mu=0.2$ уменьшается объемный вес хлопка от 0.881 до 0.796 кг/с, что приводит к снижению потребляемой мощности привода вентилятора в 1.107 раза.

2. С увеличением концентрации от $\mu=0$ до $\mu=0.4$ при удельном весе воздуха $\rho=1.12$ кг/м³ объемный вес хлопка увеличивается от 0.672 до 0.921 кг/с и соответственно повышается потребляемая мощность привода вентилятора в 0.921:0.672=1.37 раза.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Арзуманянц А.Г., Пилюганова Э.А. К вопросу о аэродинамическом сопротивлении приемных камер хлопкоуборочных машин // Механизация хлопководства. 1973. № 6. С.8–9.
- [2] Навесная четырехрядная хлопкоуборочная машина ХН-36. –М.: В/о «Трактороэкспорт», – 124 с.
- [3] Артыков Н.И. Пневмотранспорт легкоповреждаемых материалов. Ташкент: Фан, 1984. –143 с.
- [4] Слободкин А.А. Обоснование параметров V-образной щелевой нагнетательной приемной камеры хлопкоуборочной машины: Автореф. дис....канд. техн. наук. Ташкент, 1986. –22 с.
- [5] Протокол №86-75 государственных испытаний хлопкоуборочной машины 14ХВ-2,4В. Среднеазиатская Государственная зональная машиноиспытательная станция, 1975.
- [6] Артыков Н.А., Латипов К.Ш., Горобец Г.В., Юнусов Д.М., Пилюганова Э.А. Приемная камера хлопкоуборочного аппарата. А.С. 1101192 // Бюл. изобретений. 1984. № 25.
- [7] Приходько Г.А., Слободкин А.А., Миронова А.Т., Лисов В.В., Арзуманянц А.Г., Чаусский Ю.Я. Приемная камера хлопкоуборочного аппарата. А.С. 542491 // Бюл. изобретений. 1977. № 2.
- [8] Горобец Г.В., Мелькулов Ю.К., Тютков В.Д., Никифоров С.С. Приемная камера хлопкоуборочной машины. А.С. 333896 // Бюл. изобретений. 1972. № 12.
- [9] Слободкин А.А., Приходько Г.А., Миронова А.Т., Арзуманянц А.Г., Чаусский Ю.Я., Лисов В.В. Приемная камера для поярусного сбора хлопка. А.С. 333896 // Бюл. изобретений. 1976. № 15.
- [10] Горобец Г.В., Мелькулов Ю.К., Тютков В.Д., Никифоров С.С. Приемная камера хлопкоуборочной машины. А.С. 280082 // Бюл. изобретений. 1970. № 27.
- [11] Радкевич Е.В. Приемная камера хлопкоуборочного аппарата для поярусного сбора хлопка. А.С. 295540 // Бюл. изобретений. 1971. № 8.
- [12] Слободкин А.А., Арзуманянц А.Г., Пилюганова Э.А., Юртаев Д.И. Приемная камера хлопкоуборочного аппарата. А.С. 295540 // Бюл. изобретений. 1979. № 37.
- [13] Слободкин А.А., Чаусский Ю.Я., Приходько Г.А., Миронова А.Т. Приемная камера хлопкоуборочного аппарата. А.С. 549099 // Бюл. изобретений. 1977. № 9.

- [14] Вахрамеев А.А., Бережной В.Г., Глазатов П.Ф., Тютьков В.Д., Горобец Г.В., Арзуманьянц А.Г., Шполянский Д.М. Приемно-транспортное устройство хлопкоуборочного аппарата. А.С. 324985 // Бюл. изобретений. 1972. № 3.
- [15] Нуралиев Х.Х., Дудченко О.В. Приемная камера хлопкоуборочного аппарата. А.С. 880324 // Бюл. изобретений. 1981. № 42.
- [16] Барер Н.Б., Горобец Г.В., Асс Д.И., Глазатов П.Ф., Кетко Я.П. Приемная камера хлопкоуборочной машины. А.С. 164730 // Бюл. изобретений. 1968. № 4.
- [17] Розенблюм Л.М., Бережной В.Г., Вахрамеев А.А., Шполянский Д.М. Приемно-транспортное устройство хлопкоуборочного аппарата. А.С. 262535 // Бюл. изобретений. 1970. № 6.
- [18] Муравьев А.С. Пневмотранспортная система хлопкоуборочной машины. Патент № 1741649 // Бюл. изобретений. 1992. № 23.
- [19] Rizaev A., Yuldashev., Kuldoshev D., Ashurov N. Effect parameters of vertically spindle cotton picker machines on the mechanical damage of cotton seeds during machine harvesting./IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 883. 2020. 012166.
- [20] Rizaev A.A., Malikov Z.M., Yuldashev A.T., Kuldoshev D.A., Temirov D.A., Borotov A.N. Bench-scale study of centrifugal fan parameters./ IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 1030 (2021) 012175 IOP Publishing doi:10.1088/1757-899X/1030/1/012175.
- [21] Rizayev A.A., Matchanov R.D., Yuldashev A.T., Kuldoshev D.A., Djuraeva N.B. Cotton harvesters for one-time cotton-picking. / IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 1030 (2021) 012173 IOP Publishing doi:10.1088/1757-899X/1030/1/012173.
- [22] Menter F. R. Zonal two-equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper, 1993. – 2906p.
- [23] Ishii M., Zuber N. Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows, AIChE Journal, 25 1979. № 25. P. 843–855. <https://doi.org/10.1002/aic.690250513>.
- [24] Saffman P. G. (1965) The lift on a small sphere in a slow shear flow. Journal of Fluid Mechanics, 22 (2). P. 385–400. <https://doi.org/10.1017/s0022112065000824>.
- [25] Mesinger F., Arakawa A. Numerical Methods used in atmospheric models. 1976. Vol. 1, GARP Publ. Ser. 17., World Meteor. Org. – 64 p.
- [26] Глуценко А.Д., Федотов А.П. Модели долек и коробочек хлопка для уборочных аппаратов хлопкоуборочных машин. Ташкент: УзНИИТИ, 1992. – С.16.

Дата поступления
14.04.2021

Маликов З.М., Йўлдашев А.Т., Кулдошев Д.А., Маликов Б.З. Пахта терии машинасининг пневматик транспорт тизими самарадорлиги пахтанинг масса концентрациясини таъсири

Аннотация. Мақолада пахта билан ҳаво аралашмасининг концентрациясини ва ҳавонинг нисбий оғирлигини пахта терии машинасининг пневмотранспорт тизимини самарали ишлашига таъсири сонли изланиши кўриб чиқилган. Пахта билан ҳаво аралашмасининг концентрацияси ортиши билан унинг ҳажмий оғирлиги қувурнинг кўндаланг кесими бўйлаб бир секундда ўтайдиган ҳавога нисбатан ортиб бориши, натижада вентилятор юритмасининг қувват сарфи ортишини кўрсатади. Атрофдаги атмосферанинг ҳарорат фарқи туфайли ҳавонинг нисбий оғирлигининг ортиши ҳам ҳавонинг ҳажмий оғирлигини оширади, бу эса вентилятор қувват сарфини ошишига олиб келади. Сонли ҳисоблашлар шуни аниқладики, ҳаво аралашмасининг концентрациясида $\mu=0.2$ ва машина теримининг тўлиқлиги $P=0.88$ бўлганда пахта терии машинасининг пневмотранспорт тизими очилган пахта ҳосилини қабул камерасидан ерга тушмасдан терадиган ҳосилдорлик 2875 кг/га ча бўлганда самарали ишлайди.

Калит сўзлар: пневмотранспорт; ҳаво; пахта; аралашмалар; концентрация; марказдан қочма вентилятор; сонли изланишлар; ҳаво тезлиги.

Malikov Z. M., Yuldashev A. T., Kuldoshev D. A., Malikov B. Z. Influence of the mass concentration of cotton on the efficiency of the pneumatic transport system of the cotton harvester

Abstract. The article considers a numerical study of the effect of the concentration of the air mixture with cotton and the specific gravity of air on the effective operation of the pneumatic transport system of the cotton harvester. It is shown that with an increase in the concentration of the mixture of air with cotton, its volume weight increases in comparison with air, which passes in one second along the cross-section of the pipeline, resulting in an increase in the power consumption of the fan drive. An increase in the specific gravity of the air associated with the temperature difference of the surrounding atmosphere also increases the volume weight of the air resulting in an increase in the power consumption of the fan drive. Numerical calculations have determined that at the concentration of the air mixture $\mu=0.2$ and the completeness of the machine collection $P=0.88$, the pneumatic system of cotton harvesters works effectively with the yield of cotton fields up to 4791 kg/ha in a two-time collection and up to 3094 kg/ha in a one-time collection.

Keywords: pneumatic transport; air; cotton; mixtures; concentration; centrifugal fan; numerical studies; air velocity.

НЕКОТОРЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ КОМБИНИРОВАННОЙ ХЛОПКОУБОРОЧНОЙ МАШИНЫ ПРИ РАЗОВОМ СБОРЕ ХЛОПКА

Матчанов Р.Д.¹, Ризаев А.А.², Худайкулиев Р.Р.²

¹СП ООО Агрехим, Ташкент, Узбекистан.

²Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: rizayev52@mail.ru

Аннотация. На основе аналитического обзора и изучения результатов известных исследований показано, что при расчете параметров уборочного аппарата следует учитывать деформацию раскрытой коробочки хлопчатника как на поперечных сечениях парно расположенных барабанов, так и по высоте рабочей камеры. Уточнена методика расчета расстояния между шпинделями парно расположенных шпиндельных барабанов. Предложена модель в виде «деформируемый шар – цилиндр». На её основе получены аналитические выражения для расчетов рабочей щели, шага расположения соседних шпинделей и их количества на барабане вертикально-шпиндельного аппарата. Из условия неразрывного наматывания дольки хлопка на шпиндель уточнены кинематические параметры полуприцепной хлопкоуборочной машины, которая будет оснащена вертикально - или горизонтально-шпиндельными аппаратами.

Ключевые слова: хлопкоуборочная машина; уборочные аппараты; параметры; деформируемая коробочка; расчетная модель.

Введение

Статья посвящена разработке методов расчета параметров функционирования вертикально - или горизонтально-шпиндельных уборочных аппаратов по традиционным технологическим схемам с учетом деформации раскрытой коробочки хлопчатника в рабочей камере хлопкоуборочной машины.

В хлопкосеющих хозяйствах республики широко внедряется передовой мировой опыт разового сбора хлопка при наибольшем раскрытии коробочек хлопчатника [1]. Разработан новый республиканский стандарт O'zDst 3225-2017 методов испытания хлопкоуборочных машин [2], предусматривающий дифференцированный подход к подготовке агрофона хлопкового поля под машинный сбор в зависимости от погодных-климатических условий. На основе данного нормативного документа при благоприятных погодных условиях испытания машин должны проводиться при раскрытии коробочек 90–95% от общего урожая хлопчатника одним проходом с горизонтальными шпинделями или двумя проходами с вертикально-шпиндельными аппаратами туда-обратно по одним и тем же рядкам посева хлопчатника [3]. Создан также дробный способ сбора, когда после первого заезда машины по рядкам хлопчатника следующим проходом один блок аппаратов выполняет основной сбор, а второй добирает остатки урожая на кустах [4]. Эти способы сбора хлопка требуют уточнения параметров и режимов работы полуприцепной комбинированной машины.

Влияние степени раскрытия коробочек хлопчатника на производительность работы хлопкоуборочной машины практическим определением количественных и качественных показателей собранного хлопка-сырца, волокна и семян было исследовано в работах Х.Х.Усманходжаева, Н.Д.Иваненко и ряда организаций, а также зарубежных авторов [5–8]. Теоретические основы технологических процессов в уборочных аппаратах с вертикальными и горизонтальными шпинделями были разработаны М.В.Сабликовым, изучающим кинематику взаимодействия хлопчатника с уборочным аппаратом [9]. Моделированию динамических процессов в уборочных аппаратах и хлопкоуборочной машине различных конструкций посвящены работы А.Д.Глушенко и его учеников [10–12]. Исходя из рассматриваемого процесса взаимодействия коробочки хлопчатника в виде деформируемого шара со шпинделями в уборочном аппарате, обоснованы параметры рабочих органов и режимов работы машины. Необходимость учета предварительной деформации (сжатия) раскрытой коробочки хлопчатника при взаимодействии с поверхностью шпинделя была

рекомендована в работе Т. Абдуазизова [13] и такое взаимодействие рабочего органа и коробочки рассмотрено только в одной плоскости, т.е. в плоскости сечения шпинделя.

Краткий обзор и анализ проведенных исследований показал, что для уточнения параметров функционирования уборочного аппарата необходимо моделировать взаимодействия «коробочка–шпиндельный барабан» не только в сечении шпиндельного барабана, но и по высоте рабочей камеры аппарата.

Методы исследования

Параметры функционирования полуприцепной хлопкоуборочной машины, оснащенной как вертикально-, так и горизонтально-шпиндельными уборочными аппаратами, обоснованы моделированием процесса взаимодействия шпиндель–коробочка в пространстве, базирующегося на методах аналитической геометрии, векторной алгебры, теоретической и прикладной механики, теории механизмов и хлопкоуборочных машин. При этом раскрытая коробочка смоделирована в виде деформируемого шара, а шпиндель – как жесткое цилиндрическое твердое тело.

Результаты и их обсуждение

Рассмотрим традиционные технологические схемы вертикально-шпиндельного и горизонтально-шпиндельного уборочных аппаратов с парой барабанов, по образующим которых расположены шпиндели или кассеты со шпинделями, и уточним параметры их функционирования при укомплектовании полуприцепной хлопкоуборочной машины.

Пространственная геометрическая форма растения хлопчатника с расположением коробочек по его высоте в соответствующих ярусах и ширине в конусах требует разработки такой конструкции уборочного аппарата, которая позволит при необходимом достаточном взаимодействии с кустами извлекать наибольшее количество хлопка из раскрытых коробочек. На рис. 1 показана расчетная схема расположения пар шпиндельных барабанов на горизонтальной плоскости с указанием координатных осей OX , OY , связанных с центром левого шпиндельного барабана.

Здесь указаны также направления движения машины вектором \vec{V}_M , вращения барабанов с частотой ω , вращения шпинделей с частотой ω_1 , радиусы барабана по центрам расположения шпинделей R , шпиндели r , центральный угол 2γ между соседними шпинделями и шаг – t их расположения на барабане, углы поворотов барабанов φ_1 (левого) и φ_2 (правого) относительно оси OY , расстояния между центрами противоположных шпинделей B_1 и их поверхностями $B=B_1-2r$, а также ширина рабочей щели – « b » в наиболее узкой части рабочей камеры аппарата и расстояние между центрами барабанов a . По заданным значениям этих параметров следует определить расстояние B_1 .

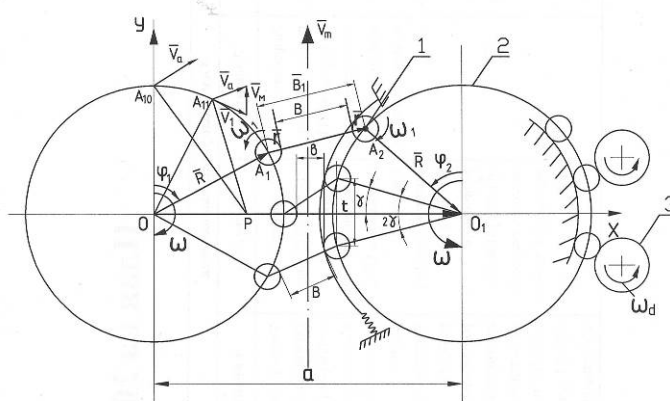


Рис.1. Схема определения расстояния между шпинделями в рабочей камере аппарата с парно расположенными барабанами: 1 – шпиндель; 2 – барабан; 3 – съемник

Для этого воспользуемся замкнутым векторным многоугольником $\overline{OA_1A_2O_1}$ (см. рис.1) и запишем следующее равенство [14]:

$$\overline{OO_1} = \overline{OA_1} + \overline{A_1A_2} + \overline{A_2O_1}. \quad (1)$$

Здесь значения векторов равны $|\overline{OO_1}| = a = R(1 + \cos \gamma) + 2r + \varepsilon$; $|\overline{OA_1}| = |\overline{A_2O_1}| = R$;

$|\overline{A_1A_2}| = B_1$. Проектируя векторное уравнение (1) на координатные оси OX и OY , получим

$$\left. \begin{aligned} X_{A_1} &= R \sin \varphi_1 \\ Y_{A_1} &= R \cos \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

и

$$\left. \begin{aligned} X_{A_2} &= a - R \cdot \sin \varphi_2 \\ Y_{A_2} &= R \cos \varphi_2 \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Расстояние между центрами шпинделей на противоположных барабанах определяется по известной методике аналитической геометрии в виде

$$A_1A_2 = B_1 = \sqrt{(X_{A_1} - X_{A_2})^2 + (Y_{A_1} - Y_{A_2})^2}. \quad (4)$$

Подставляя из (2) и (3) значения X_{A_1}, X_{A_2} и Y_{A_1}, Y_{A_2} в (4), получим

$$B_1 = \sqrt{[R(\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2) - a]^2 + [R(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)]^2}. \quad (5)$$

Расстояние между поверхностями противоположных шпинделей равно

$$B = B_1 - 2r = \sqrt{[R(\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2) - a]^2 + [R(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)]^2} - 2r, \quad (6)$$

где $\varphi_2 = \varphi_1 - \gamma$, $\gamma = \pi/z$ при шахматном расположении шпинделей на противоположных барабанах, рад; z – количество шпинделей на барабане, шт.

Выполненные расчеты на основе выражения (6) на примере параметров машины МХ-1.8 ($R=146$ мм, $r=14$ мм, $z=12$ и $z=14$, $b=30$ мм, $V_M=1.147$ м/с, $\omega=12.56$ с⁻¹) показали, что, если в начале входа шпинделей в рабочую камеру аппарата $\varphi_1 = 38^\circ 50'$, когда проекция вектора абсолютной скорости барабана $\overline{V_a}$ на ось OY равна нулю, расстояние между их поверхностями составило $B_{12}=167.47$ мм ($z=12$) и $B_{14}=163.45$ мм ($z=14$), то в наиболее узкой части оно равняется $B_{12}=41.22$ мм и $B_{14}=37.66$ мм. Как известно, зрелость коробочки характеризуется пористостью хлопка-сырца, [10, 12, 16]. Изучение физико-механических параметров высеваемых в настоящее время средневолокнистых сортов хлопчатника при различных раскрытиях их коробочек Н.Омоновым [15] показало, что наименьший диаметр раскрытой коробочки изменяется в пределах 40.67–51.2 мм (среднее значение равно 46 мм).. Следовательно, при рабочей щели $b=30$ мм только барабан с количеством шпинделей $z=14$ может успешно захватывать хлопок с учетом деформации сжатия коробочки на уровне более 25 – 30%, рекомендованном по результатам исследований в [13]. Это положение позволило нам уточнить необходимые параметры шпинделей барабана уборочного аппарата, исходя из выражения (6) [14].

На рис. 2 показана схема деформирования наименьшей раскрытой коробочки в рабочей щели вертикально-шпиндельного уборочного аппарата [16]. При этом приняты следующие допущения:

- раскрытую пористую коробочку хлопчатника принимаем в виде шара, что подтверждается выполненными многочисленными измерениями её параметров [12, 14];

- считаем, что раскрытая коробочка (шар) расположена в середине рабочей щели, и не учитываем другие элементы растения хлопчатника.

Исходя из вышеуказанного, величина деформации сжатия коробочки (шара) может быть определена как

$$d = D_k - B_{\min}, \quad (7)$$

где D_k – диаметр недеформированной коробочки, мм; B_{\min} – наименьшее расстояние между поверхностями шпинделей парно расположенных барабанов, мм.

B_{\min} определяется из выражения (6) при заданном D_k с учетом необходимой деформации сжатия d шара для успешного захвата хлопка зубьями шпинделя. По данным исследований Т. Абдуазизова [13] в плоскости сечения шпиндельного барабана необходимая достаточная величина её должна составлять 25 – 30% от исходного диаметра раскрытой коробочки. Нами были обобщены результаты этих исследований в виде эмпирической зависимости между диаметром пористого шара и его деформацией под воздействием жесткого цилиндрического твердого тела (шпинделя) в виде [17]

$$d = 0.1744 \cdot D_k. \quad (8)$$

При $B_{\min} = D_{k_{\min}} - d$ и $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = 90^\circ - \gamma$ была получена формула для расчета размера рабочей щели в виде

$$b = 2\sqrt{[(D_{k_{\min}} - d) + 2r]^2 - R^2 \sin^2 \gamma} - 2r. \quad (9)$$

Кроме того, была уточнена расчетная формула для расположения шага между соседними шпинделями на барабане в виде [14]:

$$t = 2\sqrt{[(D_{k_{\min}} - d) + 2r]^2 - (b + 2r)^2}. \quad (10)$$

Расчеты показали, что при $R=146$ мм, $r=14$ мм, $b=30$ мм и исходя из формулы (8) при $D_{k_{\min}}=46$ мм, шаг должен равняться $t=65$ мм, а количество шпинделей на барабане $z=14$ шт. Эти результаты согласуются с ранее известными экспериментальными результатами, полученными в НИИМСХ М. Аугамбаевым [18].

Исходя из расчетной схемы, приведенной на рис. 2,а, б, определено пятно контакта деформированной коробочки на поверхности шпинделя. Как известно, при взаимодействии деформированного шара с цилиндром на месте контакта образуется эллипсоид, показанный на рис. 2,в.

Параметры его характеризуются большой h_1 и малой h_2 полуосями. Их значения определяются, исходя из $\Delta O_K K F_1$ (рис. 2,б), $\Delta O_1 A E$ и $\Delta O_K K E$ (рис. 2,а), где $O K = D_k/2 = r_k$ (радиус коробочки), $O_1 A = r$, $O_K O_1 = \ell$, $O_K F = r_k - \Delta$, $\Delta = d/2$, $F_1 K = h_1$ и $A E = h_2$. Здесь приводим конечные результаты по расчету этих параметров в виде [16]

$$h_1 = \sqrt{\Delta(D_k - \Delta)} \quad (11)$$

и

$$h_2 = \sqrt{r^2 - \frac{(\ell^2 + r^2 - r_k^2)^2}{4\ell^2}}, \quad (12)$$

где Δ – значение сжатия коробочки со стороны шпинделя, мм; ℓ – расстояние между центрами шара (раскрытой коробочки) и цилиндра (шпинделя), мм.

Отпечаток шара на цилиндре проявляется в виде дуги $\cup ABC$ (см. рис. 2,а) с центральным углом 2α на сечении цилиндра, поэтому при известном h_2 длина дуги будет равна $h'_2 = h_2 \cdot 2\alpha$ и $\alpha = \arcsin \frac{h_2}{r}$.

На рис. 2 показана поверхность цилиндра с рабочими витками захватывающего элемента шпинделя в виде зубчатой ленты, навитой по винту. Для надежного захвата хлопка значение ширины ленты δ должно быть меньше, чем $2h_1$. Для вышеприведенных исходных данных наибольшая величина полуоси эллипса получена равной $2h_1=26$ мм, а ширина существующей зубчатой ленты или одного витка захватывающего элемента равна $\delta=16$ мм. Следовательно, имеется резерв по увеличению ширины зубчатой ленты и уменьшению ее толщины до определенной оптимальной величины, не снижая при этом прочности захватывающего элемента составного шпинделя. Ранее такие исследования проведены в ИМиСС совместно с НПО «Технолог» [19, 20] и их результаты согласуются с приведенными здесь расчетными данными.

Следующий этап уточненных расчетов направлен на определение кинематических режимов работы полуприцепной хлопкоуборочной машины.

Предельная скорость разрыва дольки хлопка раскрытой коробочки по опытным данным ряда исследователей [13, 15] изменяется от 1.65 до 2.1 м/с при различных биологических сортах хлопчатника (средне- и длинноволокнистые). Приравняв ее к скорости наматывания дольки на шпindel в процессе сбора хлопка, можно определить частоту вращения шпинделя:

$$\omega_a = V_n / r, \quad (13)$$

где ω_a – частота вращения оси шпинделя при наматывании дольки хлопка, с^{-1} ; V_n – скорость наматывания дольки на шпindel, м/с.

Как известно [10, 11], приводной ролик с радиусом качения r_p шпинделя

является спутником планетарного механизма передачи, и при заданном радиусе барабана R передаточное число равно $i = R/r_p$. Тогда частота вращения вала барабана определяется:

$$\omega = \omega_a / i = \frac{\omega_a \cdot r_p}{R}, \quad (14)$$

а линейная скорость барабана по центру шпинделя равна

$$U = \omega \cdot R \text{ или } U = \omega_a \cdot r_p. \quad (15)$$

Как отмечалось, скорости барабана U и машины V_m связаны через коэффициент опережения (кинематический коэффициент) барабана $k = U/V_m$. При заданном k скорость машины определяется в виде

$$V_m = \frac{\omega_a \cdot r_p}{k}. \quad (16)$$

Если принять известные данные [10 – 14], т. е. $V_n = 1.65\text{--}2.1$ м/с и $r_p = 13$ мм, $k = 1.3\text{--}1.5$, то получим $V_m = 1.03\text{--}1.5$ м/с или $V_m = 3.7\text{--}5.4$ км/ч. Следовательно, при $\omega_a = 118\text{--}150 \text{ с}^{-1}$ частота вращения вала барабана изменяется в пределах $10.5\text{--}13.35 \text{ с}^{-1}$ ($100\text{--}127.5 \text{ мин}^{-1}$), а скорость машины становится равной $3.7\text{--}5.4$ км/ч. Для существующей кинематической схемы с учетом передаточных отношений между шестернями приводов в уборочном аппарате частота вращения съемника будет находиться в пределах $1540\text{--}1963 \text{ мин}^{-1}$. Заметим, что рабочие скорости движения машин типа МХ находятся в пределах этих расчетных значений. Но частота вращения барабана на 1-й скорости увеличена на 20–30%, что требует корректировки ее в сторону снижения до указанных расчетных величин.

Горизонтально-шпиндельный аппарат имеет конструкцию, более приспособленную к пространственной форме растения и условиям сбора хлопка. Аппарат состоит из двух последовательно расположенных шпиндельных барабанов, съемников хлопка и увлажнителей шпинделей. Барабан – это ротор, на валу которого установлены диски, являющиеся опорами кассет. В кассетах консольно установлены горизонтальные шпиндели с конической зубчатой поверхностью – рабочая часть, взаимодействующая с коробочками хлопчатника, а другой конец шпинделя заканчивается конической шестерней привода его вращения. На рис. 3, а и б показаны принцип действия (а) одного барабана 2 со шпинделями 3, съемника 4, увлажнительной подушки 5 уборочного аппарата и кинематическая схема

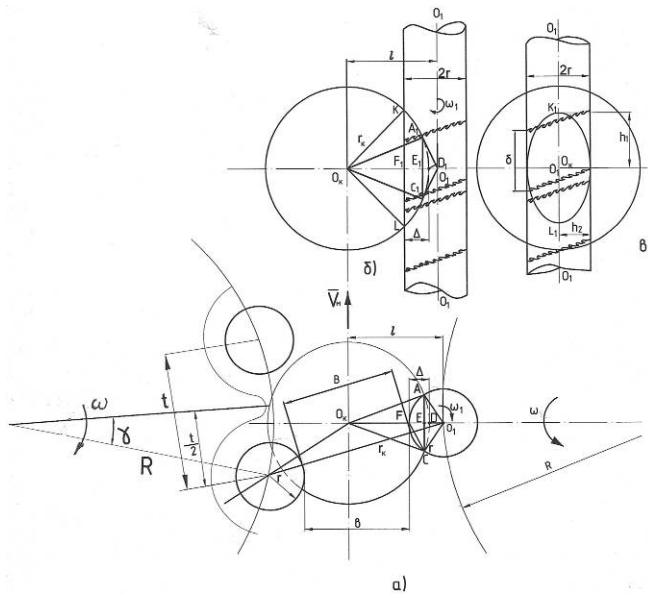


Рис.2. Схема взаимодействия шпинделей с коробочкой хлопчатника в пространстве: а – горизонтальная; б – фронтальная; в – профильная проекции

привода шпинделей, валов барабана и съемника [12]. При этом (рис. 3,б) двенадцать кассет: 8 – с рычагами – 7 – расположены по периферии ротора 4, образуют шпиндельный барабан. При этом на объемный пространственный куст, сжатый до ширины 75–80 мм рабочей камерой аппарата, проникает большое количество (72 шт.) шпинделей, вращающихся вокруг собственных горизонтальных 15 и совместно с барабаном вокруг вертикальных осей кассеты 14 и барабана 4, ролик 24, рычаги кассеты, взаимодействующей с неподвижным кулачком, обеспечивают шпинделям целенаправленное перпендикулярное возвратно-поступательное движение относительно посева хлопчатника [12].

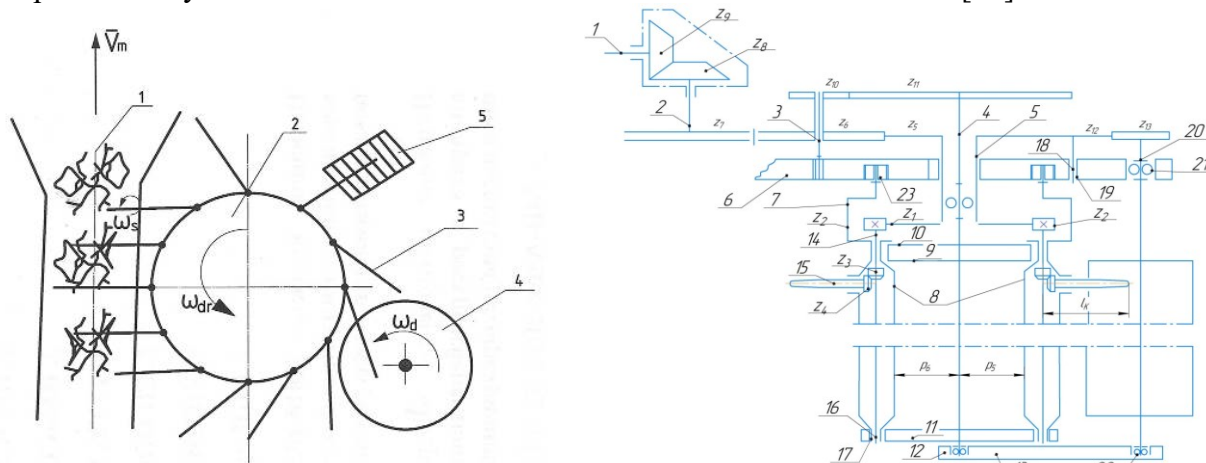


Рис. 3. Технологическая и кинематическая схемы горизонтально-шпиндельного аппарата с одним барабаном, приводами шпинделей и вала съемника, где $z_1=z_5=104$; $z_2=13$; $z_6=94$; $z_7=95$; $z_{10}=38$; $z_{11}=160$; $z_{12}=94$; $z_{13}=42$; $z_3=21$; $z_6=94$; $z_4=18$ [12, 21]

Несмотря на обеспечение полноты сбора хлопка более 90% за однократный проход по рядкам посева хлопчатника горизонтально-шпиндельной машиной и увеличение производительности в 1.8–2.0 раза при 2-рядном исполнении в сравнении таким же типом вертикально-шпиндельной машины, комплексные испытания различных конструкций хлопкоуборочных машин в Центр сертификации и испытания (ЦИТТ) техники и технологии сельского хозяйства при МСХ РУз (ранее САМИС, УзМИС) позволили оценить не только агротехнические и экономические, но и энергетические показатели [8].

Так, затраты на функционирование этой машины больше по сравнению с вертикально-шпиндельной или комбинированной селективной машинами (энергетический модуль – полуприцепная конструкция плюс горизонтально-шпиндельный аппарат) в 1.8–2.0 раза, на пневмотранспортную систему – в 2.0–2.5 раза и передвижение машины – в 1.5 раза. Удельный расход топлива на 1 га уборной площади – до 1.8 раза, а на 1 т собранного хлопка – в 1.6 раза больше, чем отечественные машины. Осуществление второго сбора машиной с горизонтально-шпиндельными аппаратами экономически нецелесообразно из-за большого количества расхода горюче-смазочных и других комплектующих материалов (расход увеличивается в 3 раза) [8]. Поэтому комплектование полуприцепных хлопкоуборочных машин уборочными аппаратами горизонтально-шпиндельного типа и разработка унифицированной пневмотранспортной системы машины позволяют создать экономически эффективные селективные машины, которые дают возможность обеспечить функциональные показатели их в рамках O'zDst 3225-2017 [2].

В этом направлении под руководством академика А.Д. Глуценко были проведены обстоятельные исследования, которые отражены в опубликованной монографии [12]. Результаты этих исследований позволяют рассчитать рациональные режимы работы хлопкоуборочной машины типа МХ с горизонтально-шпиндельными аппаратами.

Для осуществления сбора хлопка современные полуприцепные машины типа МХ функционируют в двух рабочих скоростях: $V_M=4.13$ км/ч ($V_M=1.147$ м/с) при первом про-

ходе и $V_M=5.32$ км/ч ($V_M=1.48$ м/с) при втором проходе. Эти скорости будут исходными данными при дальнейших уточненных расчетах. Как известно, скорости машины (V_M) и шпиндельного барабана (V_6) в уборочном аппарате у горизонтально-шпиндельных машин взаимно синхронизированы, т. е. $\overline{V_6} = \overline{V_M}$. На примере кинематической схемы привода шпинделя и вала съемника, показанной на рис. 3,б и 4 [12], выполним расчеты режимов работы полуприцепной машины.

Машина Case-2022 на первом сборе имеет скорости движения 5.6 км/ч (1.556 м/с) и наибольшая частота вращения барабана равна $\omega_6=16.54$ с⁻¹ или $n_6=158$ об/мин [12]. При линейной скорости оси кассеты на барабане равной $V_6=16.54 \cdot 0.12382=2.048$ м/с, опережение ее оси относительно скорости машины

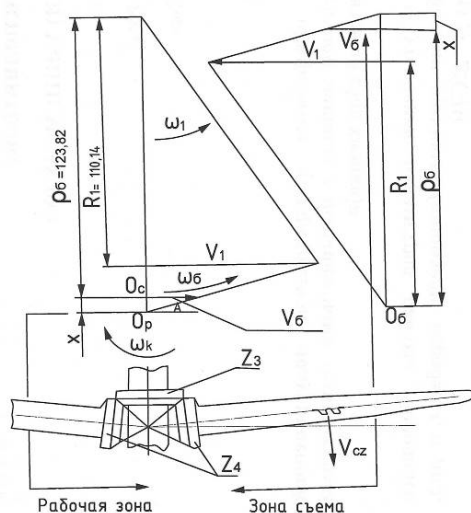


Рис. 4. Планы скоростей для первого шпиндельного барабана горизонтально-шпиндельного аппарата [12]

$$X_{\text{ч}} = \frac{V_{\text{б}}(\rho_{\text{б}} - R_1)}{V_1 - V_{\text{б}}} = \frac{1.944(123.82 - 110.4)}{6.572 - 1.944} = 5.746 \text{ мм.} \quad (21)$$

Далее определяем угловую скорость вала кассеты

$$\omega_{\text{к}} = \frac{V_{\text{б}}}{X_{\text{ч}}} = \frac{1,944 \cdot 10^3}{5,746} = 338,3 \frac{1}{\text{с}}, \text{ или } n_{\text{к}} = n_{14} = \frac{30}{\pi} \omega_{\text{к}} = 3232,4 \text{ об / мин,} \quad (22)$$

и частоту вращения шпинделя

$$n_{\text{ш}} = \frac{Z_3}{Z_4} n_{\text{к}} = \frac{21}{18} \cdot 3232,4 = 3771 \text{ об / мин.} \quad (23)$$

Находим расчетную частоту вращения вала съемника

$$n_{\text{с}} = n_{20} = n_1 \cdot \frac{Z_5}{Z_{13}} = 570,85 \cdot \frac{104}{42} = 1413,5 \text{ об / мин.} \quad (24)$$

В нижней части рис. 4 показано направление скорости $V_{3\text{с}}$ зубьев шпинделя в зоне съема аппарата хлопкоуборочной машины (со стороны вала съемника, к которому подходят эти шпиндели). На примерах рабочих скоростей движения трактора, способствующих неразрывности дольки при наматывании на шпиндель, выполнен расчет режимов работы машины МХ-1,8ГВ, который приведен в виде таблицы.

Расчетные значения кинематических параметров уборочного аппарата и полуприцепной хлопкоуборочной машины с горизонтальными шпинделями при заданной $V_{\text{м}}$

Скорость движения машины $V_{\text{м}}$, м/с (км/ч)	1.147 (4.13)	1.305 (4.7)	1.48 (5.32)
Частота вращения барабана $n_{\text{б}}$, об/мин (с^{-1})	116.5 (12.19)	132.5 (13.89)	150 (15.7)
Максимальная частота вращения шпинделя $n_{\text{ш}}$ в рабочей зоне, об/мин (с^{-1})	2896 (303.1)	3332 (348.7)	3771 (395.5)
Частота вращения съемника $n_{\text{с}}$, об/мин (с^{-1})	1089 (114)	1249 (130.7)	1413.5 (148)

При выборе режимов работы машины МХ-1,8 ГВ для выполнения лабораторно-полевых опытов в 2019–2020 гг. на полях ЦИТТ были использованы расчетные данные, приведенные в таблице. Для обеспечения полноты сбора хлопка на уровне требований O'zDst 3225-2017 [2] при разовом сборе хлопка при скорости движения машины $V_{\text{м}}=4.13$ км/ч (по данным испытаниям – 4.3 км/ч) скорость вращения вала барабана должна быть 117 об/мин, а при $V_{\text{м}}=5.32$ км/ч (по результатам испытаний – 5.6 км/ч [21]) $n_{\text{б}}=150$ об/мин, $n_{\text{ш}}=3880$ об/мин и $n_{\text{с}}=1415$ об/мин. Следовательно, результаты расчетов позволили выбрать рациональные кинематические режимы машины МХ-1,8.

Заключение

1. Разработана уточненная методика расчета параметров комбинированной полуприцепной хлопкоуборочной машины с вертикально-шпиндельными уборочными аппаратами: расстояние между поверхностями противоположных шпинделей, размер рабочей щели, шаг расположения соседних шпинделей, необходимое их количество на барабане с учетом деформации раскрытой коробочки хлопчатника, которые направлены на повышение эффективности работы машины при разовом сборе хлопка. Расчетные данные подтверждаются ранее известными данными других исследователей.

2. Для заданных кинематических параметров трактора выполнен расчет режимов работ полуприцепной хлопкоуборочной машины, оснащенной горизонтально-шпиндельными уборочными аппаратами. Они были использованы при разработке машины МХ-1,8 ГВ.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Матчанов Р.Д., Ризаев А.А. и др. Анализ факторов, влияющих на работу хлопкоуборочного аппарата // Проблемы механики. -2019, -№4. С. 36–40.
 [2] O'zDst 3225-2017. Методы испытаний. Машины хлопкоуборочные. Ташкент: O'zDst. 2017. –32 с.

- [3] Патент UZ № 5615. Способ уборки хлопка. НИИМЭСХ. Авт. Усаров С.И. др. // Расмий ахборотнома. 1999. №2.
- [4] Патент UZ № IAP 05971. Способ уборки хлопка вертикально-шпиндельной машиной | АО БМКБ – Агро-маш. Авт. Матчанов Р.Д. и др. // Расмий ахборотнома. 2019. №2.
- [5] *Усманходжаев Х.Х.* О новой технологии машинной уборки хлопка // Ж. «Хлопководство». М.: «Колос». 1985. №6. С.11–13.
- [6] *Иваненко Н.Д., Низаметдинова Л.П.* К вопросу оптимизации сроков машинной уборки хлопка // Механизация хлопководства. Ташкент, 1985. №11. С. 8–10.
- [7] *Bennett J. McL., Woodhouse T.A., Jensen D.L.* Advances in cotton harvesting technology: a review and implications for the John Deere round baler cotton picker. The journal of cotton science. 2015. 19. P. 225–249.
- [8] Заключение по результатам испытаний импортных образцов горизонтально-шпиндельных машин фирм Кейс – четырехрядной модели 2155, двухрядной 2022 и двухрядной горизонтально-шпиндельной машины ХМГ-01 ГСКБ в сезоне 1995 года. Гульбахор: УзМИС, 1996. – 30 л.
- [9] *Сабликов М.В.* Исследование шпиндельных аппаратов хлопкоуборочных машин. Ташкент: УзГос.издат, 1959. – 183 с.
- [10] *Глуценко А.Д., Ризаев А.А.* Моделирование динамических взаимодействий долек хлопка и шпинделей в хлопкоуборочных аппаратах. Ташкент: Фан, 1995. – 131 с.
- [11] *Глуценко А.Д., Ташиболтаев М.Т.* Динамика и оптимизация хлопкоуборочного аппарата многократной обработки растений хлопчатника. Ташкент: Фан, 1990. – 232 с.
- [12] *Глуценко А.Д. и др.* Моделирование динамических процессов в горизонтально-шпиндельных аппаратах. Ташкент: Фан, 2004. – 163 с.
- [13] *Абдуазизов Т.* Обоснование основных параметров хлопкоуборочного аппарата, оснащенного ступенчатыми шпинделями: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Ташкент, 1989. – 17 с.
- [14] *Ризаев А.А., Омонов Н.Н.* К расчету количества шпинделей на барабанах хлопкоуборочного аппарата // Проблемы механики. 2018. №2. С. 106–110.
- [15] *Омонов Н.Н.* Научно-технические решения разработки хлопкоуборочных аппаратов с повышенной приспособленностью к сортам хлопчатника: Автореф. дис. ... PhD по техн. наукам. Ташкент, 2019. – 39 с.
- [16] *Ризаев А.А., Джураева Н.Б.* Моделирование контакта «хлопковая коробочка-шпиндель» // Материалы республиканской научной и научно-проактической конференции «Механика деформируемого твердого тела». Ташкент: ТИИИМСХ. 2018. Т. II. С. 98–103.
- [17] *Ризаев А.А., Аннакулова Г.К., Мирзаева М.М., Темиров Дж., Каримов Н.Н.* Рабочая щель уборочного аппарата при разовом сборе хлопка // Проблемы механики. 2020. №4. С. 61–65.
- [18] *Аугамбаев М.* Шаг расстановки шпинделей на барабане серийного хлопкоуборочного аппарата // Механизация хлопководства. 1976. №10. С. 7.
- [19] *Ризаев А.А.* Исследование и создание рабочих органов хлопкоуборочного аппарата с высокой эффективностью. Ташкент: Фан, 2017. – 168 с.
- [20] *Коростылев В.А.* Оптимизация захватывающего элемента составного шпинделя хлопкоуборочной машины по критерию минимального веса с учетом динамических характеристик рабочего процесса. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Ташкент, 1984. – 19 с.
- [21] *Matchanov R.D., Rizayev A.A., Astanakulov K., Tolibaev A.E., Karimov N.N.* Combined cotton picker with interchangeable devices. (Комбинированная хлопкоуборочная машина со сменными аппаратами). // Participated in the IV International Conference “AGRITECH IV – 2020: Agribusiness, Environmental Engineering and Biotechnologies” in November 18-20, 2020. Krasnoyarsk, Russia. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science 677(2021) 052021 doi:10.1088/1755-1315/677/5/052021.

Дата поступления

12.04.202

1

Матчанов Р.Д., Ризаев А.А., Худайкулиев Р.Р. Пахта ҳосилини бир маротаба терими учун комбинациялашган машинанинг айрим кинематик параметрлари

Аннотация. Адабиётлар таҳлили асосида терим аппаратидаги жуфт шпинделли барабанлар ва гўзапоядаги очилган кўсакнинг ўзаро таъсирида пайдо бўладиган сиқилиш деформациясини эътиборга олиши зарурияти эътироф этилди. Жуфт жойлашган барабандаги шпинделлар орасидаги масофани ҳисоблаш усулига аниқлик киритилди ва “деформацияланган шар - цилиндр” ҳисоб модели ёрдамида вертикал шпинделли терим аппаратидаги жараёнларнинг геометрик ва кинематик параметрларини ҳисоблаш усули таклиф этилди. Шпинделга ўралаётган пахта плитасини узилмаслик шарти асосида терим аппаратлари комбинациялашадиган ярим тиркама пахта териш машинаси кинематик параметрлари асосланди.

Калит сўзлар: Пахта териш машинаси; терим аппарати; деформацияланувчи кўсак; ҳисоблаш модели.

Matchanov R.D., Rizaev A.A., Khudaykuliev R.R. Some kinematic parameters of the combined cotton machine at single collection of cotton

Abstract. An analytical review and analysis of the results of known studies showed that when calculating the parameters of the harvester, the deformation of the opened cotton balls should be taken into account, both on the cross sections of the paired drums and on the height of the working chamber. The method of calculating the distance between the spindles of the paired spindle drums has been clarified and a model in the form of a “deformable sphere – cylinder” has been proposed and based on it analytical expressions have been obtained for calculating the working slot, the pitch of the location of neighboring spindles and their number on the drum of the vertical spindle apparatus. The kinematic parameters of the semi-trailer cotton harvester, which will be equipped with vertical or horizontal spindle machines, are specified on the condition of continuous winding of the cotton slice onto the spindle.

Keywords: mechanical cotton picker; harvest devices; parameter; deformable ball; settlement model.

УДК 624.131

**РАСЧЁТ УСТОЙЧИВОСТИ И ПРЕДЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ
ГРУНТОВОГО ПОЛОТНА**

Хасанов А.З., Хасанов З.А., Курбанов Б., Набиева Н.А., Тошмукумов Б.Ж.

Самаркандский государственный архитектурно-строительный институт, Самарканд, Узбекистан

E-mail: uzssmge@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается задача о предельном состоянии и устойчивости грунтового основания. На база предложенной авторами схемы разрушения наклонной призмы ими получено новое решение предельного состояния основания и определения критической нагрузки на грунт.

Ключевые слова: угол внутреннего трения; устойчивость основания; krizek; касательная напряжения.

Известно, что несущая способность основания под нагруженной поверхностью рассчитывается, исходя из двух принципиальных положений:

- метода Терцаги [1], основанного на возникновении предельной поверхности сдвига вдоль уплотненного клина под фундаментом. Считается, что поверхность сдвига АВ отклонена от подошвы фундамента на угол φ ;

- метода полной потери устойчивости [2, 3]. В этом случае в основании возникают сплошные поверхности сдвига, провоцирующие по три устойчивости основания.

По первому методу предельная нагрузка на грунт от распределенной ленточной, квадратной и круглой внешней нагрузок определяется по следующим выражениям:

$$q_u = c^1 N_c^1 + q N_q^1 + 0.5 \cdot \gamma (2b) N_\gamma^1, \quad q_u = 1.3c^1 N_c^1 + q N_q^1 + 0.4 \cdot \gamma (2b) N_\gamma^1, \\ q_u = 1.3c^1 N_c^1 + q N_q^1 + 0.3 \cdot \gamma (2b) N_\gamma^1, \quad (1)$$

где $c^1 = 2/3$ и $\varphi^1 = 2/3$; N_c^1 , N_q^1 и N_γ^1 – коэффициенты, определяемые в зависимости от угла внутреннего трения. В случае $\varphi^1 = 0$ и $\tau = c^1$; $N_\gamma^1 = 5.7$; $N_q^1 = 1$; $N_c^1 = 5.7$.

Krizek предложил эти коэффициенты уравнений (1) определять по следующим выражениям:

$$N_c^1 = \frac{228 + 4,3\varphi^1}{40 - \varphi^1}, N_q^1 = \frac{40 + 5\varphi^1}{40 - \varphi^1} \quad \text{и} \quad N_\gamma^1 = \frac{6\varphi^1}{40 - \varphi^1}. \quad (2)$$

Авторы статьи рекомендуют определять эти коэффициенты по следующим формулам:

$$N_c^1 = 1.8 \cdot e^{(0.1 \cdot \varphi^1)}, \quad N_q^1 = 0.3 \cdot e^{(0.14 \cdot \varphi^1)} \quad \text{и} \quad N_\gamma^1 = 0.35 \cdot e^{(0.14 \cdot \varphi^1)}. \quad (3)$$

По второму методу предельная нагрузка на грунт от распределенной, внешней нагрузки определяется по выражениям

$$q_u = q_c + q_q + q_\gamma, \quad q_u = c^1 N_c^1 + q N_q^1 + \frac{1}{2} \gamma (2b) N_\gamma^1, \quad (4)$$

где N_c^I , N_q^I и N_γ^I – коэффициенты, определяемые в зависимости от угла внутреннего трения.

$$N_c^I = (N_q^I - 1) \cdot \cot \varphi^I; \quad N_q^I = \tan^2 \left(45 + \frac{\varphi^I}{2} \right) \cdot e^{(\pi \cdot \tan \varphi^I)}$$

и

$$N_\gamma^I = (N_q^I - 1) \cdot \tan \varphi^I \cdot 1.4 \varphi^I. \quad (5)$$

Задача Л. Прандтля и Г. Рейснера рассмотрена в [4] и получила следующее выражение:

$$q_u = (\gamma d - c \cot \varphi) \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi g \varphi} - c \cot \varphi. \quad (6)$$

Исходя из проведенных исследований [5], будем считать, что на основание действует среднее напряжение, равное предельному состоянию q_u . По бокам имеется пригруз, равный величине q_2 . Величина природного давления q_1 на поверхности ВС

$$q_1 = b \gamma g \varphi^*, \quad N_g = q_1 \cdot BC = \gamma g \varphi^* \cdot \frac{b^2}{\cos^2 \varphi^*}.$$

Устойчивость уплотненного клина под фундаментом обеспечивается как за счет прочности упорного наклонного пласта (I), с одной стороны, так и пригруза грунта АСС^I (II) – с другой.

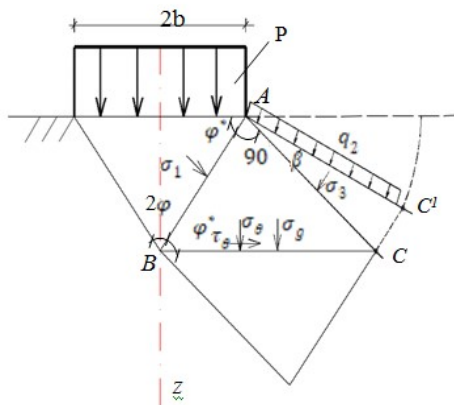


Рис.1. Расчетная схема для определения предельной критической нагрузки на грунт

В этой задаче в отличие от вышеизложенных в качестве критерия устойчивости принимается условие прочности наклонной прямоугольной призмы (I) (рис.1). Принято условие, что на грани призмы действуют главные напряжения: σ_1 – со стороны уплотненного клина и σ_3 – со стороны наклонного профиля, который начинается с краю нагруженной поверхности. На наклонную поверхность действует распределённая нагрузка (пригруз) q_2 . Определим условие прочности и устойчивости упорного наклонного пласта (I). Предполагается, что сдвиг произойдет по площадке ВС (см. рис. 1) отклоненной от главной площадки на угол $\varphi^* = (\varphi + a \tan(\xi))$. Как показали наши исследования, величины касательных напряжений, возникающие по подошве фундамента на этой поверхности, убывают до нуля.

Расчетная схема представлена на рис.1.

Определение соотношения сил, действующих на поверхность уплотненного клина. Будем считать, что на главной площадке действуют силы N_1 и N_2 :

$$N_1 = \left(\frac{N_u}{2} \right) \cos \varphi^*, \quad (7)$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{AB} = \frac{\left(\frac{N_u}{2} \right) \cos \varphi^*}{\left(\frac{b}{\cos \varphi^*} \right)} = \frac{\left(\frac{N_u}{2} \right) \cos^2 \varphi^*}{b} = \sigma_u \cos^2 \varphi^*, \quad \sigma_u = \frac{\sigma_1^*}{\cos^2 \varphi^*}, \quad (8)$$

где σ_1^* – главное напряжение с учетом гравитационных сил.

Определим силы от гравитации и пригруза (II) АСЕ.

Вес прислоненного массива АСС^I в виде сектора от круга

$$N_g(AC \cdot CC^1) = 2 \cdot \pi \cdot AC^2 \gamma \left(\frac{\beta}{360} \right),$$

$$N_3 = N_g(AC \cdot CC^1) + q_2 \cdot AC = 2 \cdot \pi \cdot AC^2 \gamma \left(\frac{P}{360} \right) + q_2 \cdot \frac{btg\varphi^*}{\cos\varphi^*}, \quad \sigma_3 = 2 \cdot \pi \cdot AC^2 \gamma \left(\frac{\beta}{360} \right) + q_2. \quad (9)$$

Составим уравнения равновесия всех сил на поверхность ВС и подчиним его уравнению условия сдвига–Кулона

$$N_3 \cos\varphi^* + N_1 \sin\varphi^* = tg\varphi(N_3 \sin\varphi^* + N_1 \cos\varphi^* + N_g(BC)),$$

$$N_1(\sin\varphi^* - \cos\varphi^* tg\varphi) = N_3(\sin\varphi^* tg\varphi - \cos\varphi^*) + N_g(BC)tg\varphi,$$

$$N_1 = N_3 \frac{(\sin\varphi^* tg\varphi + \cos\varphi^*)}{\sin\varphi^* - \cos\varphi^* tg\varphi} + \frac{N_g(BC)}{(\sin\varphi^* / tg\varphi - \cos\varphi^*)},$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{AB} = N_3 \frac{(\sin\varphi^* tg\varphi + 1)}{(\sin\varphi^* - \cos\varphi^* tg\varphi)} \left(\frac{\cos\varphi^*}{b} \right) + \frac{N_g(BC)}{(\sin\varphi^* / tg\varphi - \cos\varphi^*)} \left(\frac{\cos\varphi^*}{b} \right),$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{AB} = N_3 \frac{(tg\varphi^* tg\varphi + 1)}{(tg\varphi^* - tg\varphi)} \left(\frac{\cos\varphi^*}{b} \right) + \frac{N_g(BC)}{(\sin\varphi^* / tg\varphi - \cos\varphi^*)} \left(\frac{\cos\varphi^*}{b} \right),$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{AB} = N_3 \frac{(tg\varphi^* tg\varphi + 1)}{(tg\varphi^* - tg\varphi)} \left(\frac{tg\varphi^*}{tg\varphi^* b} \right) + \frac{N_g(BC)}{(\sin\varphi^* / tg\varphi - \cos\varphi^*)} \left(\frac{\cos\varphi^*}{b} \right),$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{AB} = \sigma_3 \frac{(tg\varphi^* tg\varphi + 1)}{(tg\varphi^* - tg\varphi)} tg\varphi^* + \frac{\cos\varphi^* N_g(BC)}{\cos\varphi^* (\sin\varphi^* / tg\varphi - \cos\varphi^*)} \left(\frac{\cos\varphi^*}{b} \right),$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{AB} = \sigma_3 \frac{(tg\varphi^* tg\varphi + 1)}{(tg\varphi^* - tg\varphi)} tg\varphi^* + \frac{\sigma_g(BC)}{\cos\varphi^* (\sin\varphi^* / tg\varphi - \cos\varphi^*)}. \quad (10)$$

Обозначим

$$M_\gamma = \frac{(tg\varphi^* tg\varphi + 1)}{(tg\varphi^* - tg\varphi)} tg\varphi^*; \quad M_g = \frac{1}{\cos\varphi^* (\sin\varphi^* / tg\varphi - \cos\varphi^*)}, \quad (11)$$

$$\sigma_1 = M_\gamma \sigma_3 + M_g \sigma_g(BC) = M_\gamma \sigma_3 + M_g b \gamma tg\varphi^*. \quad (12)$$

Предельную нагрузку на грунт определим по выражению (7).

Поставленная задача более просто решается при помощи предложенной теории прочности. В соответствии с выражением (10) определим [5]:

$$\sigma_1^* = \sigma_3 / \xi, \quad P = \sqrt{\sigma_1^2 l^2 + \sigma_3^2 s^2} = \sigma_3 \sqrt{\left(\frac{1}{\xi} \right) l^2 + s^2}, \quad (13)$$

$$\sigma_\theta = P \cos\theta + q_1, \quad \tau_\theta = P \sin\theta. \quad (14)$$

В условиях предельного напряженного состояния $\theta = \varphi$. В этом случае

$$\sigma_1^* \cong \frac{\sigma_3}{\xi} + 2,5q_1 = \frac{\sigma_3}{\xi} + 2,5b\gamma tg\varphi^*. \quad (15)$$

Окончательно предельную нагрузку на грунт определим по выражению (8)

$$\sigma_u = \frac{\sigma_1^*}{\cos^2\varphi^*} = \frac{1}{\cos^2\varphi^*} \left(\frac{2\pi\gamma \left(\frac{btg\varphi^*}{\cos\varphi^*} \right)^2 \left(\frac{\beta}{360} \right) + q_2}{\xi} + 2,5b\gamma tg\varphi^* \right). \quad (16)$$

Пример. Требуется определить предельную несущую способность основания σ_u . Исходные данные: $b=2$ м, плотность грунта $\gamma=16$ кН/м³, угол внутреннего трения $\varphi=38^\circ$, коэффициент бокового давления, по результатам трехосных испытаний $\xi = 0.28$. Определим предельный угол отклонения $\varphi^* = (\varphi + \text{atan}(\xi)) = 38 + 15 = 53^\circ$. $c^1 = 0$. Глубина заложения фундамента $d=0.5$ м; $q=\gamma \cdot d=16 \cdot 0.5=8$ кН/м. Расчет по выражению (1) составил следующее:

$$q_u = c^1 N_c^1 + q N_q^1 + 0.5 \cdot \gamma (2b) N_\gamma^1 = 8 \cdot 61.55 + 0.5 \cdot 4 \cdot 16 \cdot 78.61 = 3008 \text{ кПа.}$$

По второму методу (4) предельная нагрузка на грунт от распределенной, внешней нагрузки определяется по выражению

$$q_u = c^1 N_c^1 + q N_q^1 + 0.5 \cdot \gamma (2b) N_\gamma^1, \quad q_u = 8 \cdot 48.8 + 0.5 \cdot 16 (2 \cdot 2) \cdot 64 = 2438 \text{ кПа.}$$

По третьему методу (6) $q_u=391$ кПа.

Произведем расчет по выражению (1) с учетом различных коэффициентов. Полученные результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты расчетов предельных нагрузок на основания

Коэффициенты	Табличные данные	По выражению (2)	По выражению (3)
N_c^1	77.50	27.33	71.5
N_q^1	61.55	14.22	61.3
N_γ^1	78.61	13.22	80.5
q_u , кПа	3008	536	2780

Определение предельных нагрузок на основание по предложенному авторами методу зависит от уклона β . Результаты расчетов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты расчетов предельных нагрузок на основание, определенных по выражениям (12, 16)

β	φ	ξ	φ^*	b	γ	q_2	d	σ_3	σ_1^*	σ_q	K1	K2	σ_1	q_u	
				м	кН*/м ³				кПа					кПа	
0.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	8.0	137.2	43.5	4.9	3.9	50.1	142	
2.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	19.7	179.1	43.5	4.9	3.9	107.0	304	
4.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	31.5	221.0	43.5	4.9	3.9	163.9	466	
6.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	43.2	262.9	43.5	4.9	3.9	220.8	628	
8.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	54.9	304.8	43.5	4.9	3.9	277.8	790	
10.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	66.7	346.7	43.5	4.9	3.9	334.7	952	
12.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	78.4	388.6	43.5	4.9	3.9	391.6	1114	
14.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	90.1	430.5	43.5	4.9	3.9	448.5	1276	
16.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	101.8	472.4	43.5	4.9	3.9	505.4	1438	
18.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	113.6	514.3	43.5	4.9	3.9	562.3	1600	
20.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	125.3	556.2	43.5	4.9	3.9	619.2	1762	
22.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	137.0	598.1	43.5	4.9	3.9	676.2	1923	
24.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	148.8	640.0	43.5	4.9	3.9	733.1	2085	
26.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	160.5	681.9	43.5	4.9	3.9	790.0	2247	
28.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	172.2	723.8	43.5	4.9	3.9	846.9	2409	
30.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	184.0	765.7	43.5	4.9	3.9	903.8	2571	
37.0	38.0	0.3	53.6	2.0	16.0	8.0	0.5	225.0	912.3	43.5	4.9	3.9	1103.0	3138	

Как следует из результатов расчета, предельная нагрузка в отличие от вышеприведенных, помимо прочих, зависит как от угла наклона β , так и от величины коэффициента бокового давления. Для горизонтальной поверхности откоса $\beta=38^\circ$, $q_u=3138$ кПа.

Для $\varphi = 20^0$ и $\xi = 0.22$ (остальные показатели остаются не измененными): для первой задачи соответственно: $q_u = 132; 223$ и 176 кПа. Для второго метода – $q_u = 143$ кПа. По третьему методу (6) $q_u = 52$ кПа и для предложенного авторами методу при $\beta = 38^0$ $q_u = 225$ кПа. На основании представленного примера можно сделать вывод о том, что с уменьшением крутизны откоса величина предельной нагрузки увеличивается.

Расчёт устойчивости и предельной наклонной (горизонтальной) нагрузки на основание. Условие несущей способности основания определяется по выражению

$$F \leq \gamma_c F_u / \gamma_n, \quad (17)$$

где F – равнодействующая расчетной нагрузки на основание при действии F_v и F_h , наклоненная к вертикали под углом – δ ; F_u – сила предельного сопротивления; γ_c и γ_n – коэффициенты условия работы $\gamma_c = (1-0.9)$ и надежности основания $\gamma_n = (1.2-1.1)$. Предельная наклонная нагрузка на основание определяется так:

$$F_u = \sqrt{F_v^2 + F_h^2} = F_v \sqrt{1 + (tg\delta)^2}.$$

Как показали исследования, предельную величину угла отклонения можно принять равной $\delta_u = 0.65\varphi$. Например, как показали лотковые штамповые ($D=15$ см; $A=180$ см²) исследования на основании из крупнозернистых песков на вертикальные и горизонтальные нагрузки, полный срыв штампа (на дне штампа приклеены пески) произошёл при соотношении $F_h / F_v = 0.46$. Эксперименты со штампами, нагруженными предельными вертикальными и горизонтальными нагрузками, показаны на рис. 2. Глубина заложения штампа $d=0$. При этом $\delta = 26^0$. Предельный угол наклона результирующей силы получен на основании проведенных экспериментов и может определяться по выражению

$$\frac{\tau_{xz}}{\sigma_1} = tg\delta \cong 0.65 \cdot tg\varphi. \quad (18)$$

Графики зависимости напряжения σ_m, τ_m и перемещения u_m, s_m штампа; и горизонтальными перемещениями грунта ($x = -r$) по глубине z / d представлены на рис. 3, 4. Установлено, что функция горизонтальных перемещений и напряжений хорошо согласуется с выражениями (19, 20) (рис.5).



Рис.2. Общий вид установки для определения предельной нагрузки на грунтовое основание. Грунт -песок, предельная горизонтальная нагрузка – 3.24 кН

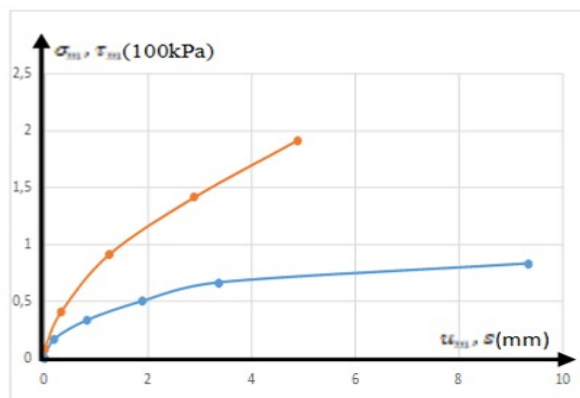


Рис.3. Зависимость между напряжениями и перемещениями. 1–при нормальных и 2–при тангенциальных напряжениях

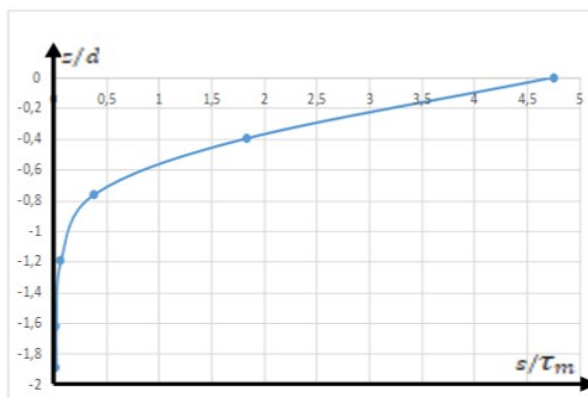


Рис.4. Зависимость изменения горизонтальных перемещений по глубине

В выражениях (19) и (20) координатные точки подчинены прямой наклонной линии с угловым коэффициентом $tg\alpha$ (в пределах фундамента)

$$z = (2b - x)tg\alpha. \quad (21)$$

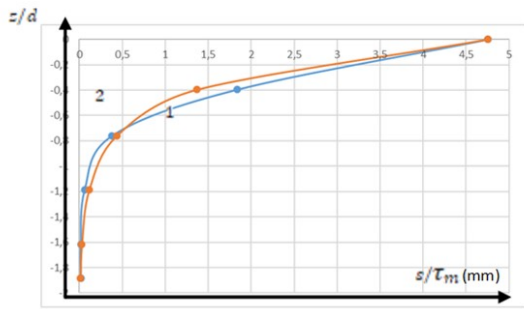


Рис. 5. Зависимость между напряжениями и перемещениями: 1 – экспериментальная; 2 – теоретическая

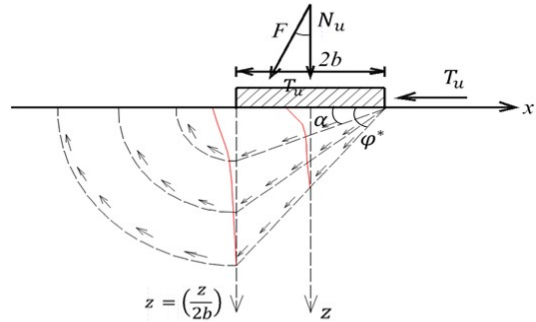


Рис. 6. Расчетная схема линии сдвигов при предельном горизонтальном (наклонном) напряжении

$$s_x = \frac{\tau_m}{G} e^{\left(\frac{\pi(x-zb)z}{d}\right)}, \quad (19)$$

$$\tau_{xz} = \tau_m e^{(-2,2 \cdot tg\alpha)}. \quad (20)$$

За пределами фундамента эти поверхности имеют круглоцилиндрическую поверхность с радиусом $R = (2b)tg\alpha$. На рис. 6 представлены поверхности сдвигов при предельном напряженном состоянии. При выполнении условия $\frac{\tau_{xz}}{\sigma_1} = tg\delta \cong 0.65 \cdot tg\varphi$ (при условии

полного прилипания грунта к подошве угловой коэффициент равен $tg\varphi$ в основании появятся сплошные поверхности сдвигов и выпор основания на поверхность $\tau_{xz} = \tau_{uxz}$.

Пример. Требуется определить предельную несущую способность основания τ_u и поверхности сдвигов на наклонную нагрузку. Вертикальная составляющая среднего напряжения $\sigma_m = 200$ кПа. Исходные данные: $2b = 2$ м, угол внутреннего трения $\varphi = 38^\circ$. Определим предельный угол отклонения $\varphi^* = (\varphi + atan(\zeta)) = 38 + 15$. $c^1 = 0$. Глубина заложения фундамента $d = 0$ м. Расчет по выражению (1) имеет следующий вид:

$$\tau_{uxz} = \sigma_m tg\delta \cong 200 \cdot 0.65 \cdot tg\varphi = 101 \text{ кПа.}$$

Расчет величин предельных касательных напряжений, удовлетворяющих условие прочности Кулона определяется по выражению (3). Результаты приведены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты расчетов предельных касательных напряжений

σ_m	$0 \leq \delta \leq 0,5\varphi$	τ_m	$2b$	X	z	$0 \leq \alpha \leq \varphi$	τ_{ui}
200	26.794	101	2	0	0.00	0	101.00
200	26.794	101	2	0	0.35	10	68.53
200	26.794	101	2	0	0.73	20	45.35
200	26.794	101	2	0	1.15	30	28.36
200	26.794	101	2	0	1.68	40	15.94
200	26.794	101	2	0	2.38	50	7.34

Нижняя граница предельной поверхности сдвига, где тангенциальные перемещения полностью отсутствуют, определяется по выражению (21) и соответствует наклонной прямой с координатами:

$$z_1 = (2b - x)tg\varphi^* = (2 - 0)tg53 = 2.65 \text{ м и } z_1 = (2b - x)tg\varphi^* = (2 - 2)tg53 = 0 \text{ м.}$$

Итоговая наклонная сила на фундамент определяется по выражению

$$F_u = \sqrt{F_v^2 + F_h^2} = F_v \sqrt{1 + (tg\delta)^2} = F_v \sqrt{1 + (0,65)^2} = 1.2F_v.$$

Горизонтальная часть предельной силы должна удовлетворять условие

$$\sum F_h \leq \gamma_c \sum F_{hu} / \gamma_n, \quad (22)$$

где $\sum F_{hc}$, $\sum F_{hu}$ – расчетные сдвиговые и силы сопротивления грунтов основания

$$\sum F_{hu} = (F_v - U_w) \operatorname{tg} \delta + A c + E_p; \quad (23)$$

U_w – давление подземных вод, при отсутствии влияния грунтовых вод принимаемое $U_w=0$; A , c – соответственно площадь фундамента и расчетная величина удельного сцепления; E_p – пассивное давление грунта.

Выводы

1. Авторами проанализированы существующие теории предельного состояния и на основе экспериментальных результатов предложена новая модель разрушения (сдвига) и устойчивость основания.

2. В качестве элемента разрушения принята наклонная прямоугольная призма, на которую воздействуют главные напряжения σ_1 со стороны фундамента и σ_3 со стороны наклонного откоса.

3. Авторами получена величина предельного состояния основания в зависимости от угла наклонного пригруза β ; предельного угла огибающей поверхности сдвига φ^* и коэффициента бокового давления ζ .

4. Произведены сопоставления результатов вычисления с различными теориями.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Braja M. Principles of Geotechnical Engineering. USA, 2010.
- [2] Craig R.F. Craigs soil mechanics. Formerly Department of Civil Engineering University of Dundee UK. London, 2004.
- [3] Терцаги К. Теория механики грунтов. М.: Госстройиздат, 1961.
- [4] Ухов С.Б. и др. Механика грунтов, основания и фундаменты. М: Высшая школа, 2004.
- [5] Хасанов А.З., Хасанов З.А. Экспериментально-теоретические исследования прочности и устойчивости грунтов. Изд “Зарафшон”, 2015. – 125 с.

Дата поступления
7.11.2020

Хасанов А.З., Хасанов З.А., Курбанов Б., Набиева Н.А., Тошмукумов Б.Ж. Грунт қопламасини чегаравий юкламаси ва турғунлигини ҳисоблаш

Аннотация. Мақолада ташқи кучлар таъсирида грунт массивида мустаҳкамлик ва турғунлик ҳолатлари масаласи кўрилган. Бу мақолада муаллифлар янги грунт силжиси сиртлари схемаси асосида унинг мустаҳкамлик, турғунлик ва критик кучларни топши математик ифодаларини ишлаб чиққанлар ва уни бошқа усуллар билан солиштирганлар.

Калим сўзлар: ички ишқаланиш бурчаги; таянч барқарорлик; уринма кучланиш.

Khasanov A.Z., Khasanov Z.A., Kurbanov B., Nabieva N.A., Toshmukumov B.J. Calculation of stability and ultimate load of the subgrade

Annotation. The article deals with the problem of stability and stability in the soil mass under the influence of external forces. In this paper, the authors developed mathematical expressions for finding the strength, stability, and critical forces of a soil based on a new landslide surface scheme and compared it with other methods.

Keywords: angle of internal friction; foundation stability; shear stress.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ СИЛЫ ИНЕРЦИИ В ЗАДАЧАХ СЕЙСМОДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Кышанов Р.У.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: ruslankishanov@mail.ru

Аннотация. В статье проведена оценка степени воздействия сил инерции при решении задач сейсродинамики подземных трубопроводов. Исследовано напряженно-деформированное состояние подземного трубопровода с упругозакрепленными концами при различных законах сейсмического воздействия. Решение задачи получено в аналитическом виде и сопоставлено с численными результатами. Полученные результаты представлены в виде графиков. С целью доказательства достоверности выбранного численного метода проведен анализ в сравнительном аспекте полученных результатов с аналитическими решениями.

Ключевые слова: сейсродинамика; подземные трубопроводы; сила инерция; взаимодействие в системе «трубопровод – грунт».

При решении прикладных задач сейсмостойкости подземных конструкций существенное значение имеет вопрос о характере и величине усилий, возникающих на контакте поверхности конструкции с окружающей средой, при наличии относительных перемещений. Характер самого сейсмического движения грунта в окрестности сооружения предполагается заранее известным. Таким образом, под взаимодействием подразумеваются характер и величина силы трения, действующей на контактирующей с грунтом поверхности сооружения при наличии относительных перемещений, вызванных при действии сейсмической нагрузки разницей в их физико-механических свойствах. В сейсродинамической теории подземных сооружений исследования по проблеме взаимодействия «подземное сооружение–грунт» выходят на первый план. В связи с этим разрабатываются различные законы взаимодействия сооружения с грунтом, учитывающие параметры, характеризующие процесс контактного взаимодействия твердых деформируемых тел с грунтом [1–3].

Повреждение и разрушение одного здания не оказывают влияния на соседние сооружения. Что касается подземных систем жизнеобеспечения (в первую очередь, трубопроводов), то здесь сила инерции влияет незначительно по сравнению с силами взаимодействия в системе «труба–грунт», в отдельных случаях подпадают их пренебрежению, что существенно упрощает задачи. При этом разрушение одной части подземных сооружений (трубопроводных систем) является причиной выхода из строя всей системы [4].

В работах [5–6] уравнение продольного движения подземного трубопровода при упругом законе взаимодействия его с грунтом записывается в виде

$$-\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \pi D_H k_x (u - u_0) = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$u(x,0) = \dot{u}(x,0) = 0, \quad (2); \quad \left. \begin{array}{l} u(0,t) = 0 \\ u(l,t) = 0 \end{array} \right\}, \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} u(0,t) = 0 \\ EF \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0 \end{array} \right\}, \quad (4); \quad \left. \begin{array}{l} EF \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = k_N u \\ EF \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0 \end{array} \right\}, \quad (5); \quad \left. \begin{array}{l} EF \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = k_N u \\ EF \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = -k_N u \end{array} \right\} \quad (6)$$

Некоторые авторы [4, 6] решают динамическое уравнение (1), пренебрегая эффектом силы инерции, которое принимает вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - p^2 (u - u_0) = 0, \quad (7)$$

где $p = \sqrt{\frac{\pi D_H k_x}{EF}}$.

Частное решение неоднородного уравнения (7) ищем в виде

$$u^* = a_0 \sin \omega t. \quad (8)$$

Тогда общее решение неоднородного уравнения (7) будет иметь вид

$$u = C_1 e^{px} + C_2 e^{-px} + a_0 \sin \omega t. \quad (9)$$

1. Рассмотрим упругозакрепленные концы

$$EF \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = K_N u, \quad EF \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = -K_N u. \quad (10)$$

В подземном трубопроводе с упругозакрепленными концами коэффициент жесткости K_N определяется по формуле

$$K_N = \left(\frac{D_H}{D_{H_1}} \right)^n \left(\frac{D_H l_{cm}}{D_{H_1} l_{1cm}} \right)^m \frac{l_{cm} \delta_{1cm}}{l_{1cm} \delta_{cm}} k_{N_1}.$$

В этом случае неоднородное уравнение (7) при граничных условиях (10) имеет вид

$$u = a_0 \sin \omega t + \left[-\frac{\Lambda a_0 \sin \omega t (\Lambda(1 - e^{-pl}) + p(1 + e^{-pl}))}{(p^2 + \Lambda^2)(e^{pl} - e^{-pl}) + 2p\Lambda(e^{pl} + e^{-pl})} \right] e^{px} + \left[-\frac{\Lambda a_0 \sin \omega t (p(1 + e^{pl}) - \Lambda(1 - e^{pl}))}{(p^2 + \Lambda^2)(e^{pl} - e^{-pl}) + 2p\Lambda(e^{pl} + e^{-pl})} \right] e^{-px}, \quad (11)$$

где $\Lambda = K_N / EF$.

Напряжение в трубопроводе определяется по следующей формуле:

$$\sigma = E \frac{\partial u}{\partial x} = E \left[\frac{\Lambda a_0 \sin \omega t (p(1 + e^{pl}) - \Lambda(1 - e^{pl}))}{(p^2 + \Lambda^2)(e^{pl} - e^{-pl}) + 2p\Lambda(e^{pl} + e^{-pl})} \right] p e^{-px} - E \left[\frac{\Lambda a_0 \sin \omega t (\Lambda(1 - e^{-pl}) + p(1 + e^{-pl}))}{(p^2 + \Lambda^2)(e^{pl} - e^{-pl}) + 2p\Lambda(e^{pl} + e^{-pl})} \right] p e^{px}. \quad (12)$$

При законе движения грунта $u_0(x, t) = a_0 \sin \omega(t - x/C_p)$ и граничном условии (6) неоднородное уравнение (7) имеет общее решение в следующем виде:

$$u = \left[-\frac{a_0 \Psi e^{-2pl} (\omega \cos \omega t + \Lambda C_p \sin \omega t) - a_0 \Delta e^{-pl} (\omega \cos \xi + \Lambda C_p \sin \xi)}{C_p (\Delta^2 - \Psi^2 e^{-2pl})} \right] e^{px} + \left[-\frac{a_0 \Delta (\omega \cos \omega t + \Lambda C_p \sin \omega t) - a_0 \Psi e^{-pl} (\omega \cos \xi + \Lambda C_p \sin \xi)}{C_p (\Delta^2 - \Psi^2 e^{-2pl})} \right] e^{-px} + a_0 \sin \omega(t - x/C_p), \quad (13)$$

где $\Delta = p + \Lambda$, $\Psi = p - \Lambda$.

Осевое напряжение трубопровода определяется по формуле

$$\sigma = E \frac{\partial u}{\partial x} = E \left[\frac{p e^{-px} (a_0 \Delta (\omega \cos \omega t + \Lambda C_p \sin \omega t) - a_0 \Psi e^{-pl} (\omega \cos \xi + \Lambda C_p \sin \xi))}{C_p (\Delta^2 - \Psi^2 e^{-2pl})} - \frac{p e^{px} (a_0 \Psi e^{-2pl} (\omega \cos \omega t + \Lambda C_p \sin \omega t) - a_0 \Delta e^{-pl} (\omega \cos \xi + \Lambda C_p \sin \xi))}{C_p (\Delta^2 - \Psi^2 e^{-2pl})} - \frac{\omega a_0 \cos \omega(t - x/C_p)}{C_p} \right]. \quad (14)$$

Задача 1. В качестве примера рассмотрим подземный трубопровод с обоими упруго закрепленными концами. Механические и геометрические параметры выбираем в следующем виде: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\rho = 7.8 \cdot 10^3$ кг/м³; $l = 120$ м; $D_H = 0.4$ м; $D_B = 0.392$ м; $T = 0.3$ с; $u_0(t) = a_0 \sin \omega(t - x/C_p)$; $a_0 = 0.003$ м; $\omega = 2\pi/T$; $C_p = 1200$ м/с; $k_x = 1.2 \cdot 10^4$ кН/м³; $K_N = 29 \cdot 10^4$ кН/м.

Результаты решения задачи представляются в виде графиков (рис.1–4). На рис. 1 сравниваются значения продольных перемещений и нормальных напряжений, полученных по формулам (13), (14) и методом конечных разностей. Из анализа кривых (рис.1, *a*) следует, что между продольными перемещениями, полученными по аналитической формуле (кривая 1) и численным методом (кривая 2), на интервале от 0–60 м имеется незначительная разница. На рис.1,*б* показано, что полученные результаты изменения нормального напряжения вдоль оси трубопровода полностью совпадают.

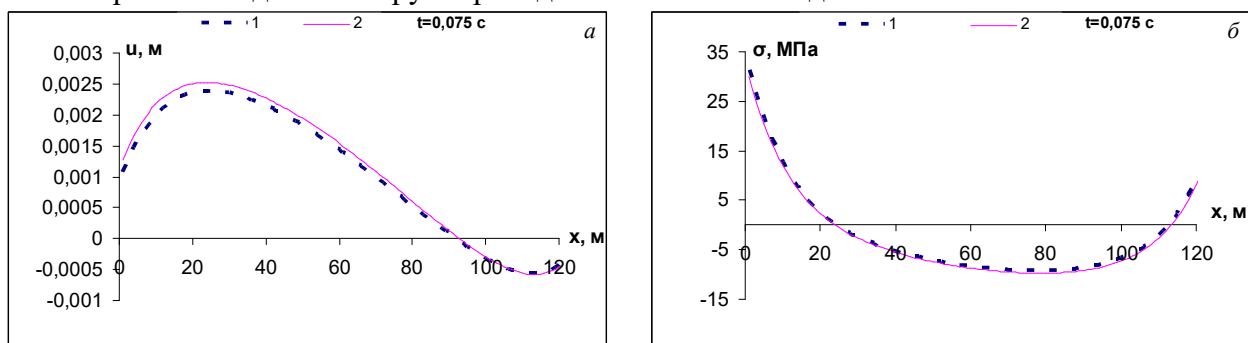


Рис.1. Изменение продольного перемещения (*a*) и нормального напряжения (*б*) вдоль трубопровода при заданном значении времени: 1–точное решение; 2–численное решение

На рис.2 и 3 приведены результаты точного (*a*) и численного решения (*б*) уравнения (7) в виде графиков изменения продольного перемещения и нормального напряжения вдоль оси трубопровода в заданные моменты времени.

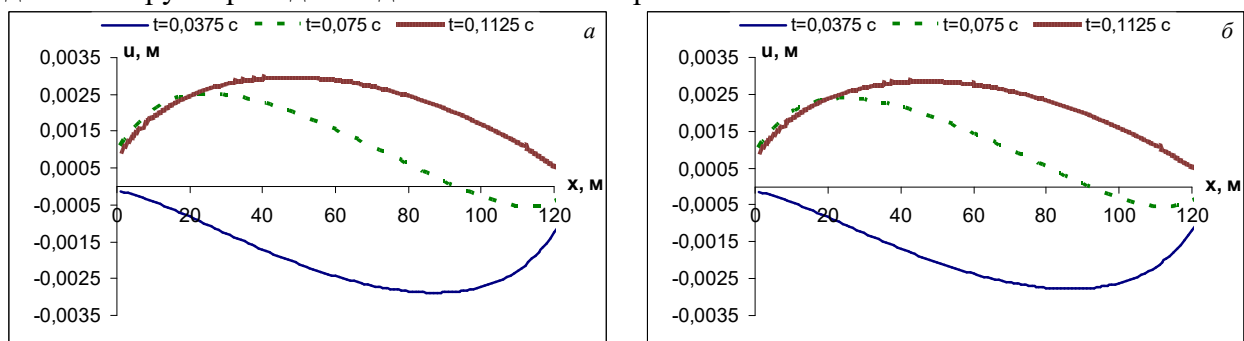


Рис.2. Изменение продольного перемещения вдоль трубопровода при заданном значении времени: *a*–точное решение; *б*–численное решение

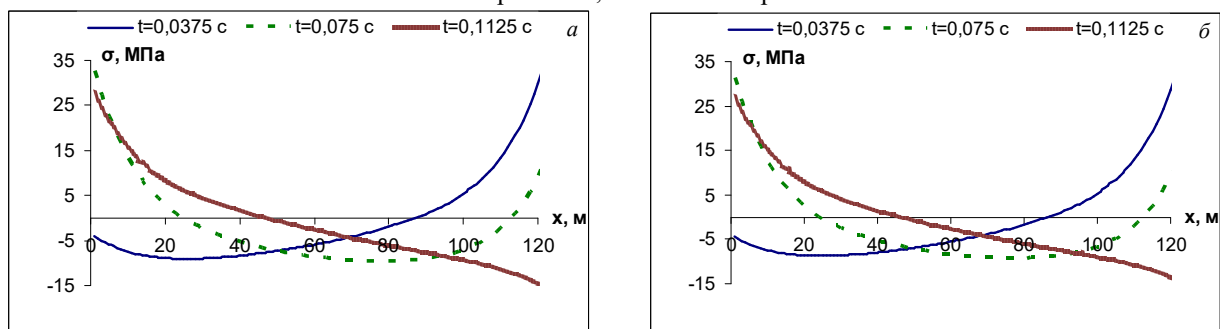


Рис. 3. Изменение нормального напряжения вдоль трубопровода при заданном значении времени: *a*–точное решение; *б*–численное решение

Графики напряжений подземного трубопровода около упругого конца по максимальным значениям и формам совпадают (см.рис.2, рис.3,*a* и *б*).

На рис.4 представлены трехмерные аналитические результаты изменения продольного перемещения (*a*) и нормального напряжения (*б*) по времени и координате.

Рассматриваемые задачи решаются аналитическими методами при действии различных видов волн вдоль оси подземного трубопровода. Полученные результаты представлены в виде рис. 1–4. С целью доказательства достоверности выбранного численного метода

проведен анализ в сравнительном аспекте полученных результатов с аналитическими решениями.

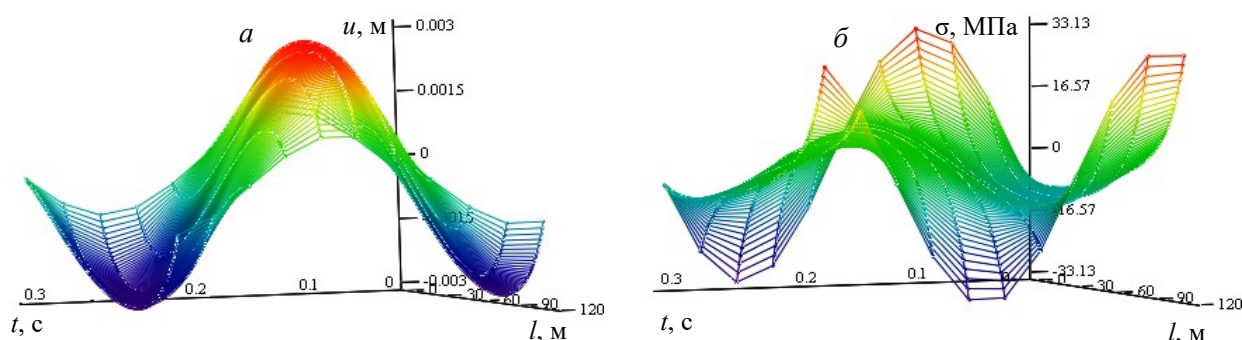


Рис.4. Изменение продольного перемещения (а) и нормального напряжения (б) подземного трубопровода

Динамическая теория сейсмостойкости позволила в полной мере исследовать взаимодействие и взаимозависимость инерционных параметров подземного сооружения и окружающего его грунта. В частности, это касается влияния инерционных параметров сооружения. Проведенные вычислительно-экспериментальные исследования решают проблемы оценки напряженно-деформируемого состояния трубопроводов при сейсмических нагружениях, что важно для практических расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Rashidov T.R., Bekmirzaev D.A. Seismodynamics of Pipelines Interacting with Soil // Soil Mechanics and Foundation Engineering. New York. July 2015. Vol. 52. Issue 3. P. 149–154.
- [2] Bekmirzaev D.A., Kishanov R.U. Mansurova N.S. Mathematical Simulation and Solution of the Problem of Seismo–Dynamics of Underground Pipelines // J. Emerg. Trends Eng. Res. 2020. № 8. P.5028–5033.
- [3] Rashidov T.R., Yuldashev T., Bekmirzaev D.A. Seismodynamics of underground pipelines with arbitrary direction of seismic loading // Soil Mechanics and Foundation Engineering. New York, 2018. Vol. 55. P. 243–248.
- [4] O'Rourke M.J., Liu X. Response of Buried Pipelines Subject to Earthquake Effects. University at Buffalo, 1999. – 249 p.
- [5] Бекмирзаев Д.А. Влияние силы инерции в задачах подземных трубопроводов при сейсмических воздействиях // Узбекский журнал «Проблемы механики». Ташкент, 2018. №2. С. 7–10.
- [6] Bekmirzaev D.A., Kishanov R.U. Assessment of the Effect of Inertia Forces in Problems of Underground Pipeline Seismodynamics // International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE). 2020. № 9(3). P. 500-503.

Дата поступления
21.04.2021

Кишанов Р.У. Ер ости қувурларининг сейсмик динамикаси масалаларида инерция кучи таъсирини баҳолаш

Аннотация. Мақолада ер ости қувурлари сейсmodинамикасининг масалаларини ҳал қилишда инерция кучи таъсирини баҳолаш бўйича тадқиқотлар келтирилган. Сейсмик кучлар таъсирининг турли қонуниятларида четлари эластик қотириб маҳкамланган ер ости қувурининг кучланганлик-деформацияланганлик ҳолати тадқиқ этилган. Масаланинг ечими аналитик усулда олинган ва сонли натижалар билан солиштирилган. Олинган натижалар графиклар кўринишида келтирилган. Танланган сонли усулни ишончлилигини исботлаш мақсадида олинган натижалар аналитик ечим натижалари билан солиштириши нўқтаи назаридан таҳлил қилинган.

Калим сўзлар: сейсmodинамика; ер ости қувурлари; инерция кучи; қувур-грунт ўзаро таъсири.

Kishanov R.U. Estimation of the influence of the inertia force in problems of seismodynamics underground pipelines

Abstract. The article assesses the degree of influence of inertial forces when solving problems of seismodynamics of underground pipelines. The stress-strain state of an underground pipeline with elastically fixed ends was investigated under various laws of seismic action. The solution to the problem is obtained in an analytical form and compared with numerical results. The results obtained are presented in the form of graphs. In order to prove the reliability of the chosen numerical method, an analysis was carried out in a comparative aspect of the results obtained with analytical solutions.

Keywords: seismic dynamics; underground pipelines; inertia force; interaction in the pipeline-ground system.

ХЎЖАЕВ ИСМАТУЛЛА ҚЎШАЕВИЧ – 70 ЁШДА



Таниқли механик олим, техника фанлари доктори, профессор. Исмадулла Қўшаевич 1951 йил 1 июнда Бухоро вилояти, Шофиркон туманида таваллуд топган. 1967-1971 йилларда Бухоро давлат педагогика институтининг физика-математика факультетининг «Математика» ихтисослиги бўйича тахсил олган.

Исмадулла Қўшаевич 1971-1972 йилларда ЎзР ФА Кибернетика институти Ҳисоблаш маркази катта техниги ва инженери. 1972-1973 йилларда армия сафида хизматни ўтаган. 1973 йилдан ЎзР ФА Механика ва иншоотлар сейсмик мустаҳкамлиги институтида катта инженер, 1974 йилдан кичик илмий ходим вазифасида фаолият юритган. 1977-1980 йилларда Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академияси М.Т.Ўрозбоев номидаги Механика ва иншоотлар сейсмик мустаҳкамлиги институтида аспирантурасида тахсил олган. 1980-1985 йилларда ушбу институтнинг кичик илмий ходими вазифасида

ишлаган.

У 1985 йилда 01.02.05 - "Суюқлик, газ ва плазма механикаси" ихтисослиги бўйича физика-математика фанлари номзоди илмий даражасини олиш учун "Ўққа нисбатан симметрик ва ясси турбулент газлар оқими аралашуви ҳамда ёниши" мавзусида диссертациясини муваффақиятли ҳимоя қилган.

1986-2010 йилларда ЎзР ФА М.Т.Ўрозбоев номидаги Механика ва иншоотлар сейсмик мустаҳкамлиги институти катта илмий ходими. 2009 йилда техника фанлари доктори илмий даражасини олиш учун "Газнинг диффузион ёниши назарияси ва қувурларда узатилишининг математик моделларини такомиллаштириш" мавзусида диссертация ҳимоя қилган.

2011-2014 йилларда ЎзР ФА М.Т.Ўрозбоев номидаги Механика ва иншоотлар сейсмик мустаҳкамлиги институти етакчи илмий ходими. 2014-2018 йилларда ушбу институтнинг лаборатория мудир, 2018 йилдан бошлаб ҳозирги кунга қадар "Суюқлик, газ ва гидроузатиш тизимлари механикаси" лабораторияси етакчи илмий ходимидир.

И.К.Хўжаев илмий ишлари аэрогидродинамиканинг турбулент оқимлардаги масса ва иссиқлик алмашинуви, қувурлар ёрдамида сиқилувчан ва сиқилмайдиган муҳитларни узатиш каби масалаларга бағишланган. У ва шогирдлари томонидан мураккаб таркибли ёқилғи газларнинг турбулент оқим соҳасида диффузион ёнишнинг қатор математик моделлари ишлаб чиқилган. Ушбу моделлар асосида кўп компонентли газ аралашмаларининг ёниш жараёнлари тадқиқ қилинган, ҳамда олинган натижалар самарли газ ёқувчи қурилмалар (горелка) ишлаб чиқаришга қўлланилган.

Бундан ташқари проф. И.К.Хўжаев Ўзбекистонда машҳур таниқли олим проф. Р.Садуллаев илмий мактабига ҳам салмоқли ҳисса қўшиб келмоқда. Бу ишлар асосида Ўзбекистон иқтисоди учун муҳим бўлган магистрал газ қувурлари орқали газ узатишнинг оптимал параметрлари топилган ва амалиётга кенг татбиқ қилинган.

Унга 2021 йилда "Профессор" илмий унвони берилган. Сермаҳсул олим шу кунга қадар 1 та монография, 300 дан зиёд илмий мақолалар, 20 дан ортиқ дастурий воситалар гувоҳномалари муаллифидир. Олимнинг раҳбарлигида 1 нафар фан номзоди, 2 нафар фалсафа доктори (PhD) диссертация ишлари ҳимоя қилинган ва яна 2 нафар фан доктори (DSc) ҳамда 5 нафар фалсафа доктори (PhD) диссертация ишлари тайёрланмоқда.

Бугунги кунда профессор Исмадулла Қўшаевич Хўжаев Ватанимиз фаровонлиги йўлида тинмай меҳнат қилиб, билим ва тажрибасини ёшларга ўргатиб эзгу ғояларга содиқ қолмоқда.

Механика муаммолари журнали таҳририяти Исмадулла Қўшаевични муборак 70 ёшлик юбилеи билан чин дилдан табриклаб, у кишига ва унинг яқинларига мустаҳкам соғлиқ, кўп йиллар давомида фаол ижод, оиласига бахт-саодат, ҳар доим шундай бақувват ва қувноқ бўлиб қолишларини тилаб қоладилар!

Журнал таҳририяти

К АВТОРАМ

Узбекский журнал «Проблемы механики»

1. Учредители журнала – Академия наук Республики Узбекистан, базовая организация – Институт механики и сейсмостойкости сооружений.

Главный редактор и члены редколлегии журнала утверждены решением Академии наук РУз 25.01.2021 №ПМК-3.

2. Периодичность – четыре номера в год (в некоторых случаях может публиковаться специальный номер).

3. Объем статей – научные статьи принимаются объёмом до 20 страниц, научные сообщения – до 5 страниц.

4. Язык публикации – журнал позиционирует себя как международный журнал и принимает статьи на английском, русском и узбекском языках.

5. Рецензирование – все поступившие материалы проходят рецензию.

6. Журнал выходит в печатном и on-line варианте.

7. Периодичность заседания редколлегии – редколлегия собирается раз в месяц для обсуждения и подготовки очередного номера журнала.

8. Отчётность – один раз в год главный редактор отчитывается о проделанной работе на Учёном совете института.

ТРЕБОВАНИЯ К СТАТЬЕ

1. Общие положения

К публикации в журнале «Проблемы механики» принимаются рукописи на английском, русском или узбекском (латиница) языке, содержащие оригинальные результаты в областях механики, отмеченных ниже. Материалы должны быть ранее не опубликованы в иных изданиях. Объем научной статьи ограничен **20 страницами** (научные сообщения – до 5 страниц) принятого в журнале формата, включая не более **8 рисунков и 5 таблиц**.

Редакционная коллегия может заказать обзорные статьи с отличными от вышеупомянутых требований к объёму представляемых материалов.

Название статьи должно отражать суть приведенных материалов и соответствовать содержанию представленного материала и являться как можно более конкретным. Основное требование к названию статьи – краткость и ясность. Название статьи также должно чётко отражать тему, позицию автора и не должно вызывать у читателя ложных допущений о содержании статьи. Название статьи должно содержать не более 10 слов и состоять не более чем из 2 предложений (обоснованные исключения допускаются). Следует избегать в названии статьи слов «исследования», «анализ» и строго придерживаться научного стиля речи. Сокращения в названии статьи можно использовать только общепринятые в данной области исследований (например, НДС – напряженно деформированное состояние, МКЭ – метод конечных элементов и т.д.).

Статьи должны быть изложены четким и понятным языком, не допускающим двусмысленного толкования.

Редакция принимает от авторов статьи в электронном виде через **электронную систему** подачи статей при условии, что они оформлены по правилам. Авторы могут прислать статью и документы к ней на электронную почту instmechofficial@gmail.com.

Пакет материалов должен содержать следующие файлы:

- Файлы с текстом **статьи**, оформленной согласно настоящим Правилам:

- в формате **Microsoft Word**;

- **pdf**-версия.

- Файлы с **иллюстрациями** (разрешены только форматы **TIFF, PNG, BMP, JPEG, WMF**). Форматы могут быть любыми, постоянной для печати должна быть одна величина – разрешение не менее 200 ppi. Цветные иллюстрации и графики с чётким разрешением (100 lpi). Размер рисунков должен быть не более 15x15 см.

- Файл с **данными о каждом авторе**: фамилия, имя, отчество (на английском, русском и узбекском (латиница) языках), место работы, контактные телефоны, электронные адреса (e-mail). Если в статье несколько авторов, надо указать, с кем из соавторов следует вести переписку.

- Файл с авторским переводом на **английский язык** заголовка статьи, списка ключевых слов и основных терминов, встречающихся в статье.

- **Акт экспертизы**, подтверждающий возможность публикации рукописи в открытой печати, **от организации, где выполнена работа**.

- После принятия статьи к публикации заключается «Договор» о передаче авторского права.

В случае возникновения у редакционной коллегии вопросов по предоставленному варианту рукописи, редколлегия вправе запросить у авторов её печатный вариант.

Присланные статьи должны быть оформлены в соответствии с настоящими **Правилами**.

Статьи, оформленные с нарушением настоящих правил, редакцией не принимаются.

Редакция вправе не вступать в переписку с автором относительно причин (оснований) отказа в публикации статьи.

Все материалы, поступившие для публикации, проходят анонимное рецензирование. При подаче через электронную систему Издателя автор получает письма о состоянии статьи от системы.

Рукопись, направленная авторам на доработку, должна быть загружена в электронную систему Издателя в исправленном виде в течение одного **месяца**.

После принятия к публикации статья редактируется научным редактором и может быть выслана авторам для окончательного оформления и подготовки рукописи к печати. Исправления научного редактора в течение **месяца** должны быть внесены в рукопись.

2. Структура статьи

К рассмотрению принимаются статьи со структурой, соответствующей международному стандарту IMRAD (introduction, methodology, results, analysis, discussion):

Аннотация. В аннотации определяется краткая характеристика научной статьи с точки зрения ее значения, содержания, вида, формы и других особенностей. Объем ее должен быть не более 100 слов. Аннотация должна дать возможность читателю установить основное содержание научной статьи, определить ее релевантность и решить, представляет ли она научный интерес для данного читателя. Исходя из этого, аннотация должна отражать цель исследования, основное содержание и новизну статьи в сравнении с другими, родственными по тематике и целевому назначению, а также полученные результаты.

Ключевые слова. Ключевые слова должны являться текстовыми метками, по которым можно найти статью при поиске и определить предметную область статьи. Они должны содержать от 3 до 7 слов или словосочетаний, разделенных запятой.

Аннотация и ключевые слова должны быть представлены на английском, русском и узбекском языках.

Введение. Раздел, который начинается с описания объекта исследования, затем формулируется актуальность исследования. Приводится обзор литературы, подтверждающий отсутствие в литературных источниках решения данной задачи и указывающий предшественников, на исследованиях которых базируется работа. Далее формулируется цель исследования, почему проведено исследование, какие гипотезы проверены? В данном разделе следует излагать предмет статьи языком, понятным для широкого круга специалистов.

Методы. В данном разделе подробно описывается выбранный метод исследования – экспериментальный, теоретический, численный или иной. При этом метод должен быть расписан таким образом, чтобы другой исследователь был способен его воспроизвести.

Результаты. Результаты рекомендуется представлять преимущественно в виде таблиц, графиков и других иллюстраций.

Анализ. Этот раздел включает анализ полученных результатов, их интерпретацию, сравнение с результатами других авторов с ссылками на их публикации.

Обсуждение. Этот раздел подразумевает ответ и почему это имеет значение? Как это вписывается в то, что нашли другие исследователи? Каковы перспективы для исследований?

Заключение. В этом разделе кратко подводятся итоги научного исследования. Заключение содержит нумерованные выводы, кратко формулирующие основные научные результаты статьи как установленные авторами зависимости (связи) между параметрами объекта исследования. Выводы должны логически соответствовать поставленным в начале статьи задачам.

В конце статьи может быть выражена **благодарность** за финансовую, информационную или иную поддержку, оказанную в ходе написания статьи.

Отдельно в электронную редакцию загружаются следующие компоненты статьи:

заглавие на английском, русском и узбекском языках (требования к названию статьи)

аннотация на английском, русском и узбекском языках (требования по составлению аннотации)

ключевые слова на английском, русском и узбекском языках (требования к ключевым словам)

список литературы на кириллице (для статей на русском языке) и на латинице (рекомендации по составлению и оформлению списка литературы).

P.S. Структура стандарта IMRAD не предполагает обязательного использования (как указано в шаблоне) всех разделов указанных выше. Некоторые из них могут быть объединены, названия разделов могут быть иными, но в целом данный стандарт предполагает раскрытие всех указанных положений в материале научной статьи.

Рекомендации по формату статьи

В верхнем левом углу указывается код УДК (универсальная десятичная классификация) статьи.

При подготовке рукописи следует соблюдать единообразие терминов. Не стоит называть одно и то же разными именами. Следует соблюдать единообразие в обозначениях, системах единиц измерения, номенклатуре. Предпочтительно использовать систему СИ. Сокращения должны быть расшифрованы в тексте при

их первом упоминании. Следует придерживаться безличной формы изложения, избегать эмоциональных оценок и комментариев, воздерживаться от хвалебных и критических замечаний в адрес тех или иных работ и авторов.

Научные статьи принимаются в объёме, не превышающем 20 страниц (краткие сообщения до 5 страниц) формата А4 с полями сверху и слева: 2.5см, справа и снизу: 1.5см. Размер шрифта: 12pt, расстояние между строк: 1.15 интервала. Статья должна быть набрана в редакторе Word, формулы набраны в редакторе Equation Editor. Количество рисунков, как правило, не должно превышать 8, количество таблиц – не более 5.

Номер и заголовок раздела набираются полужирным и идут с красной строки (отступ приведен в шаблоне). Далее, на следующей строке идет текст раздела, набранный обычным шрифтом (не полужирным). Подзаголовок набирается курсивом, имеет двойную нумерацию и набирается с красной строки. Текст подпункта набирается в одной строке с его заголовком.

При ссылках на пункты статьи следует пользоваться сокращениями п. 1, пп. 2-4 и т.п.

Подзаголовки набираются курсивом и идут с красной строки.

Рекомендации по набору текста

Не используйте более одного пробела – используйте абзацные отступы и табуляцию.

Десятичные цифры в тексте и на рисунках набираются только через точку, а не через запятую (0.25 вместо 0,25). Индексы подлежат расшифровке в тексте. Для обозначения индексов используются латинские или греческие буквы. Даты вида «число. месяц. год» оформляются следующим образом: 02.05.1991.

Правила оформления формул

Формулы набираются шрифтом размера 12pt для строчных формул и 8pt для верхних или нижних индексов. Размеры формул одинаковы по всему тексту. Готические и кириллические буквы в формулах и индексах не используются.

Нумерация формул производится сквозная: (1), (2), (3), (4), или по пунктам: (1.1), (1.2), (2.1), (2.2) и т.д., где первое число обозначает номер пункта, а второе – порядковый номер в этом пункте. Следует нумеровать только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте.

Если статья не разбивается на пункты, то применяется исключительно сквозная нумерация формул: (1), (2) и т.д.

В двухэтажных формулах дробь в числителе и знаменателе указывается горизонтальной чертой. В текстовых формулах дробь всегда указывать косой чертой.

Векторы и матрицы набираются полужирным прямым шрифтом (стрелка над вектором не используется).

Прямым шрифтом набираются цифры и функции, например, $\sin 2x$, $\cos \omega t$ и т.д., а также любые сокращения и термины, не являющиеся переменными.

Греческие буквы всегда прямые.

В индексах используются только латинские буквы (кириллица в индексах не допускается), переменные в индексах набираются курсивом, сокращения слов (min, max, eff, pl, elastic и цифры набираются прямым шрифтом).

Правила оформления рисунков

Рисунки (графики и фотографии) должны быть созданы в цифровом формате, допускаются вставки чётких фотографий. Каждый рисунок обозначается снизу Рис.1, Рис.2 и т.д. Каждый рисунок должен содержать подрисуючную подпись. Если рисунок состоит из нескольких подрисунков, то их обозначают латинскими буквами в круглых скобках, например, (a), (b) и т.д., которые размещают на удобном месте в подрисунке.

На рисунках должны использоваться латинский шрифт и математические термины греческими буквами, кириллический текст не должен использоваться на рисунках. Надписи, формулы, загромождающие рисунок, должны быть заменены цифровыми или буквенными обозначениями и вынесены в подрисуючную подпись или в текст статьи, на рисунках должна быть отмечена размерность (в системе СИ). Обозначения осей на графиках задаются буквами или формулой без поясняющих слов и помещаются, как правило, слева вверху для оси ординат, а для оси абсцисс – справа внизу от оси. Расположение обозначений осей всегда вертикальное. Необходимо тщательно следить за точным соответствием обозначений в тексте и на рисунках.

При необходимости возможно выполнять графики с нанесением сетки (желательно квадратной) и указывать числовые значения делений. В случае, если сетка необходима, она не должна быть частой, в большинстве случаев достаточно трех числовых значений на каждой оси без указания размерности.

Ссылки в тексте на рисунки следует выполнять так: рис.1, рис.2 или рис.3,*a*, рис.3,*b* и т.д. Если рисунок один, то на него ссылаются словом «рисунок».

Правила оформления таблиц

В таблицах следует пользоваться краткими обозначениями, избегать текстового пояснения. Таблица должна быть размещена по возможности на одной странице без перехода ее на другую страницу. Необходимые разъяснения обозначений следует давать непосредственно в тексте статьи.

Ссылки на таблицы набираются табл.1, табл.2 и т.д. Если таблица одна, то на неё ссылаются словом «таблица».

Оформление списка литературы

Список литературы должен отражать современное состояние дел в исследуемой области, включать в том числе ссылки на публикации за последние 5–10 лет и не быть избыточным и искусственным.

В тексте статьи ссылки на литературные источники указываются строго в порядке цитирования в квадратных скобках: [1], [2, 3], [4–6].

Список литературы приводится в конце статьи в соответствии с **ГОСТом 7.05-2008** "Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления". Ниже приведены примеры оформления списка литературы.

Размер шрифта **10pt**

Монографии и учебные пособия.

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. Москва. Наука, 1976, –544 с.
2. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М.Абрамовица, И.Стиган. Москва. Наука, 1979, 830 с.

Статьи в журналах.

3. Zubchaninov V.G. Problems of the mathematical theory of plasticity // Strength of Materials. 2000, Vol. 32, No. 1, P.13-26;
4. Кадашев Ю.И., Помяткин С.П. Статистическая теория пластичности учитывающая влияние параметра Лодэ // МТТ. 1990. №3. С. 91–95.

Статьи в сборниках и периодических изданиях.

5. Келлер И.Э., Кузнецова В.Г., Новокишинов Р.С. Сравнение двух моделей упругопластичности, обобщающих модель Мазинга на случай сложного нагружения / Сб. научн. трудов «Математическое моделирование систем и процессов». Пермь, 1996. №4. С. 29–39.
6. Мясников В.П., Гузев М.А. Аффинно–метрическая структура упругопластической модели сплошной среды // Современные методы механики сплошных сред: Сборник статей к 90–летию со дня рождения академика Л.И.Седова. Москва. Наука, 1998. С.30–37.
7. Trusov P.V., Keller I.E., Kluev A.V. Two plasticity models considering micromechanisms of observed phenomena / PROBAMAT–21st: Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop. Dordrecht, 1998. P. 531–538.

Тезисы докладов.

8. Абдусаттаров А., Москвитин В.В., Буриев Т. Исследование напряженно-деформированного упруго–пластических конструкций при переменных нагружениях с учетом обобщенного принципа Мазинга и повреждаемости // Тезисы докладов V конференция “ДОФПС”: Ташкент, 1981. С.167-168.

Электронные ресурсы.

9. Шокин Ю.И., Федотов А.М. Информационные технологии Internet // Вычислительные технологии. 1997. Т. 2. №3. URL: <http://www-sbras.nsc.ru/win/mathpub/comp-tech/t2n3/intranet.htm>.

Ссылки на диссертации и авторефераты.

10. Васин Р.А. Экспериментально–теоретическое исследование определяющих соотношений теории упруго–пластических процессов: Дис....докт. физ.–мат.наук. Москва. 1987. –386 с.
11. Степанов Л.П. Временные эффекты при пластическом деформировании металлов: Дис....канд. физ.–мат.наук. Москва. 1985. –170 с.
12. Субботин С.Л. Устойчивость сжатых пластин за пределом упругости при сложном нагружении в условиях ползучести: Дис....докт. техн. наук. Тверь. 2003. –219 с.
13. Окулова Н.Н. Численное решение задач нестационарного течения вязкопластического материала. Автореф. дис....докт. физ.–мат.наук. Москва. 2008. –16 с.

Статьи принимаются по следующим и смежным к ним тематикам:

- Механика деформируемого твёрдого тела
- Механика жидкости и газа
- Общая механика
- Основания, фундаменты и механика грунтов
- Строительная механика
- Экспериментальная механика
- Теория механизмов и машин
- Прикладная механика
- Инженерия и технологические процессы
- Сейсмостойкость зданий и гидротехнических сооружений
- Метрополитены, мосты и транспортные коммуникации
- Сельскохозяйственные машины и оборудования

ЖУРНАЛ «Проблемы механики»

Редакционная политика журнала «Проблемы механики» позиционируется как издание научно-теоретической и практической ориентации, направленное на публикацию результатов фундаментальных, прикладных и инновационных научных исследований по актуальным проблемам механики и сейсмостойкости сооружений, обзоров, сообщений и отчетов о конференциях, рецензий научных трудов, критики научных статей и отдельных научных направлений.

Важной составляющей редакционной политики журнала является публикация работ по проблемам механики деформируемого твердого тела, механики жидкости и газа, теоретической механики, динамики и прочности конструкций, строительной механики, теории механизмов и машин и смежных дисциплин.

Основная цель журнала: интеграция новых теоретических и практических разработок, а также передового опыта в широких областях механики, методов решения задач математической физики, пропаганда идей и методологии научных исследований.

Цели издания: распространение новых научных идей, результатов научных исследований и передового опыта по актуальным проблемам механики, методам экспериментальных исследований в области сейсмостойкого строительства, теории механизмов и машин, динамики и прочности материалов и конструкций, а также смежных дисциплин.

Цели реализуются через обсуждение и публикацию актуальных материалов соответствующей направленности; создание возможности для апробации новых идей молодых ученых; формирование дискуссионной площадки по основным научным направлениям механики

Целевая аудитория: журнал рассчитан на исследователей, практиков, специалистов в области механики, прикладной и вычислительной математики, аспирантов и студентов, а также всех, кто интересуется проблемами механики.

Предпочтения издания отдаются научным публикациям по направленности журнала:

Механика, сейсмостойкое строительство, экспериментальные исследования, теория механизмов и машин.

Журнал берет на себя обязательства по строгому надзору за публикуемыми научными материалами. Редакционная коллегия осознает ответственность за должное представление результатов научных исследований, в том числе с точки зрения правовых и этических аспектов публикации, изложенных ниже.

Редакция журнала (редакционная коллегия) несёт ответственность за принятие решения о публикации, обеспечивая обоснованность своего решения привлечением к обсуждению поступивших в редакцию статей ведущих учёных Института и сторонних специалистов в качестве рецензентов, сотрудничеством с соответствующими научными обществами в качестве коллективных экспертов.

В основе решения о публикации лежат достоверность, научная значимость и актуальность рассматриваемой работы.

Политика редакционной коллегии Журнала базируется на современных юридических требованиях в отношении авторского права, законности, плагиата и клеветы, изложенных в законодательстве, и этических принципах, поддерживаемых сообществом ведущих издателей научной периодики в мире.

Редакция в своей деятельности руководствуется рекомендациями и стандартами Комитета по этике научных публикаций (Committee on Publication Ethics – COPE <http://publicationethics.org/>), учитывает накопленный опыт авторитетных отечественных и международных журналов и издательств.

Авторство и авторские права. Авторские права на публикации сохраняются за авторами на неограниченный срок. Это означает, что только автор обладает исключительными правами на материалы, опубликованные в журнале.

Издатель может публиковать все статьи на сайте в открытом доступе.

Под Автором понимаются все лица (соавторы), принявшие участие в исследовании и создании рукописи и несущие ответственность за ее содержание.

Ответственность за полноту представления состава авторского коллектива и согласование с ними всех изменений, вносимых в текст рукописи по результатам ее рецензирования и редактирования, лежит на лице (авторе), представившем рукопись в редакцию.

Авторская этика. От авторов, предлагающих свои материалы к публикации в журнале, редакция ожидает соблюдения следующих принципов:

оригинальности исследования;

предоставления достоверных результатов проделанной работы, отсутствия ложных утверждений, безошибочности представления данных;

объективного обсуждения значимости исследования;

недопустимости личных, критических или пренебрежительных замечаний и обвинений в адрес других исследователей;

полного исключения плагиата;

признания вклада других лиц, обязательного наличия библиографических ссылок на все внешние источники информации, все публикации, существенные для данной статьи (включая его собственные ранее опубликованные статьи и научные материалы), избегая при этом самоплагиата (повторной, дублирующей публикации);

автор должен сообщить редколлегии журнала обо всех своих работах и работах своих соавторов, пересекающихся по тематике с представленной в редакцию статьёй и находящимися на рассмотрении в других изданиях;

получения разрешения на использование (воспроизведение) чужих материалов, таблиц, изображений и обязательного указания автора этих материалов и/или владельца авторских прав на эти материалы.

представления информации из конфиденциальных источников только с их разрешения;

представления в качестве соавторов всех участников, внесших существенный вклад в исследование и написание статьи; одобрения окончательной версии работы всеми соавторами и их полного согласия с представлением её к публикации;

выражения благодарности другим коллегам, не являющимся авторами данной статьи, но повлиявшим на её создание;

раскрытия потенциальных конфликтов интересов (предоставлении информации о работе по найму, консультировании, наличии акционерной собственности, предоставлении экспертных заключений, патентной заявки или регистрации патента, получении гонораров);

чёткого указания в тексте рукописи сведений о полученных грантах, других источниках финансирования исследования, обо всех других формах поддержки, т.е. фактах, которые могут быть восприняты как оказавшие влияние на результаты или выводы, представленные в работе;

незамедлительного сообщения об обнаружении существенных ошибок или неточностей в публикации и взаимодействия с редактором с целью скорейшего исправления ошибок или изъятия публикации, своевременного исправления ошибок и неточностей, выявленных рецензентом или редактором.

Этика рецензирования.

Рассматривая рецензирование как важнейшее звено в обеспечении обмена научной информацией, редакция выдвигает к рецензентам требования по соблюдению:

конфиденциальности — не раскрывать информацию о представленной рукописи никому, кроме редактора;

объективности – всесторонне оценивать рукопись, не допуская личной критики автора; незамедлительно заявить о возможном конфликте интересов между рецензентом и рецензируемой работой, её авторами или финансирующей данное исследование организацией;

беспристрастности – оценивать интеллектуальное содержание рукописи независимо от расы, пола, сексуальной ориентации, религиозных убеждений, этнического происхождения, гражданства или политических взглядов её автора;

ясности и аргументированности выражения своего мнения; соблюдения принципа признания первоисточников – указать на публикации по теме представленной рукописи, на которые отсутствуют ссылки в рецензируемой статье; обратить внимание редактора на любое существенное сходство или совпадение рассматриваемой рукописи и любой другой известной ему публикации.

Этические принципы редакторов Журнала.

Редактор обладает исключительным правом принять рукопись к публикации или отклонить её. Рукопись может быть отклонена редактором на этапе, предшествующем рецензированию, если для этого имеется веская причина (тематика статьи не соответствует тематике журнала; статья очевидно низкого научного качества; статья ранее была опубликована в другом издании; в представленных материалах выявлено принципиальное противоречие этическим принципам, которых придерживается Журнал). Редактор принимает статью к публикации в соответствии со своей убеждённой в её соответствии требованиям журнала. Редакторы должны гарантировать, что публикуемые ими материалы соответствуют международным стандартам научной и публикационной этики.

При наличии конфликта интересов редактора с автором статьи, статья должна быть передана другому редактору.

Все поступающие рукописи, не отклонённые по вышеизложенным причинам на первом этапе рассмотрения, редактор передаёт на рецензирование, подбирая рецензентов из числа наиболее компетентных специалистов по тематике статьи.

Редакторы должны сохранять в тайне имена рецензентов и не сообщать рецензентам имена авторов.

Редакторы должны гарантировать высокое качество публикуемых в журнале материалов и их содержательную целостность, а также публиковать исправления, пояснения, извинения в тех случаях, когда возникает такая необходимость.

Политика в отношении конфликта интересов.

Потенциальный конфликт интересов имеет место тогда, когда имеются финансовые, личные или профессиональные условия, могущие повлиять на научное суждение рецензента или редактора и, как следствие, на решение редколлегии относительно публикации статьи.

Журнал исходит из того, что самим фактом представления статьи на рассмотрение редколлегии автор заявляет о том, что:

в тексте статьи указаны все источники финансирования исследования;

отсутствуют коммерческие, финансовые, личные или профессиональные факторы, которые могли бы создать конфликт интересов в отношении поданной на рассмотрение статьи.

Или автор должен сделать эксплицитное заявление о возможном конфликте интересов в тексте сопроводительного письма при подаче статьи на рассмотрение редколлегии.

При наличии конфликта интересов автор может попросить исключить из рассмотрения присланной им статьи какого-либо конкретного редактора и/или рецензента.

Редакторы и рецензенты должны заявить о потенциальном конфликте интересов, который может повлиять на решение редколлегии.

При наличии конфликта интересов редактора или рецензента с автором статьи, статья должна быть передана другому редактору или рецензенту соответственно.

Оценка статьи не должна носить предвзятый характер. Наличие конфликта интересов, о котором заявляет кто-либо из участников процесса рассмотрения и рецензирования, само по себе не должно приводить к отказу в публикации, поскольку важнейшим критерием оценки рукописи является её научное качество.

Личная информация, предоставляемая авторами журналу, включая дополнительные адреса электронной почты и номера телефонов, будет использоваться исключительно для контактов с авторами в процессе подготовки статьи к публикации. Редколлегия обязуется не передавать данную личную информацию третьим лицам, которые могут использовать её в иных целях.

Политика снятия статей с публикации.

В ряде случаев редколлегия Журнала может принять решение об отзыве статьи (ретракции).

Причины ретракции статьи:

обнаружение плагиата в статье, в т.ч. обнаружение заимствований рисунков, графиков, таблиц и т. п., если факт плагиата стал очевидным уже после публикации статьи;

возникновение претензий в части авторских прав на статью или отдельные её части со стороны третьих лиц;

обнаружение факта публикации статьи в другом издании до даты её публикации в журнале;

наличие в опубликованной статье серьёзных ошибок, ставящих под сомнение её научную ценность.

В подобных обстоятельствах редколлегия журнала инициирует проверку, по результатам которой статья может быть отозвана с публикации. Составляется акт об отзыве статьи с публикации, который подписывается главным редактором. Копия акта направляется автору статьи.

При этом статья физически не изымается из опубликованного тиража и файла выпуска на сайте. Редакция публикует заявление об отзыве статьи с размещением его на соответствующей странице содержания выпуска и на официальном сайте Журнала.

Редакция Журнала внимательно и ответственно рассмотрит все обоснованные обращения по поводу обнаруженных нарушений в опубликованных материалах.

Редакция считает обязанностью автора и рецензента как можно более оперативно сообщить редакции о пропущенных ошибках и нарушениях, выявленных ими уже после публикации статьи.

Политика в отношении плагиата.

Все поступившие в редакцию статьи в обязательном порядке на начальной стадии приёма проверяются на корректность заимствований.

В случае обоснованных подозрений на плагиат или обнаружения технических приёмов, позволяющих скрыть его наличие, статьи не принимаются к дальнейшему рассмотрению. Авторам направляется сообщение об отказе в рассмотрении в связи с наличием подозрения в плагиате. Если плагиат обнаружен в уже опубликованной статье, такая статья снимается с публикации без возможности восстановления (без физического изъятия статьи путём публикации заявления о наличии плагиата на соответствующих страницах выпуска и сайта Журнала).

При наличии в поступившей статье некорректного заимствования все случаи такого заимствования рассматриваются индивидуально.

К формам плагиата редакция относит:

использование (дословное цитирование) любых материалов в любом объёме без указания источника;

использование изображений, рисунков, фотографий, таблиц, графиков, схем и любых других форм графического представления информации без указания источника;

использование изображений, рисунков, фотографий, таблиц, графиков, схем и любых других форм графического представления информации, опубликованных в научных и популярных изданиях без согласования с правообладателем;

использование без письменного разрешения материалов, авторы или правообладатели которых запрещают использование своих материалов без специального согласования.

К формам некорректного заимствования редакция относит:

отсутствие графического выделения дословно цитируемого текста при наличии ссылок на источник; некорректные ссылки (неполный состав библиографического описания источников, препятствующий их идентификации);

ссылка не на первый источник заимствованного текста без явного указания на этот факт (ошибка в определении первоисточника);

отсутствие ссылок из текста на источники, приведённые в пристатейном списке;

избыточное цитирование (при наличии ссылок на источники и графического выделения цитируемого текста), объем которого не обоснован жанром и целями статьи.

Допустимый объем цитирований (корректного заимствования) — не более 30 % от общего объема статьи. Обзоры и другие статьи, по объективным причинам требующие наличия большего количества цитирований, рассматриваются редакцией в индивидуальном порядке.

Статьи, содержание которых более чем на 30 % соответствует другим научным материалам автора (диссертация, автореферат, монография, предыдущие публикации в журналах и сборниках) к публикации не принимаются.

Проверка материалов на наличие заимствований. Поступившие статьи проходят проверку в системе «Антиплагиат», а также через другие, сетевые доступные поисковые системы в Интернет). При наличии у редакции оснований для более детальной проверки могут быть привлечены дополнительные инструменты для поиска заимствований.

Статьи, в которых обнаружены признаки технических модификаций с целью искусственного повышения уникальности текста, не будут опубликованы в журнале даже в случае доработки. Обо всех подобных фактах редакция сообщает рецензенту и, в том случае, если автор работает в образовательном учреждении, его руководству.

Механизм рецензирования.

Статьи, поступившие в редакцию журнала, рассматриваются соответствующим членом редколлегии, при необходимом случае рецензент привлекается со стороны. В случае возврата авторам рукописи на доработку к новому варианту текста прилагается письмо авторов, в котором даются подробные ответы на замечания и вопросы, поставленные в отзыве рецензента, и комментируются все исправления, внесённые в текст рукописи в процессе переработки. Просьба редакции о переработке статьи в соответствии с замечаниями рецензента не означает, что статья принята к печати. После переработки статья вновь рассматривается Редколлекцией. В принятой к публикации статье указывается дата поступления ее первоначального варианта. После принятия к публикации статья редактируется научным редактором.

За публикацию статей с авторов плата не взимается.

Рецензирование не оплачивается.

Полнотекстовые файлы всех архивных и текущих выпусков журнала находятся в открытом доступе на сайте.

Электронная версия журнала является изданием открытого доступа для читателей. При использовании материалов необходимо обязательно ссылаться на журнал и авторов статей (на публикации в журнале).

На платной основе в журнале и на сайте могут быть опубликованы материалы только рекламного характера.

Регламент

рецензирования статей, поступивших в редакционную коллегию журнала «Проблемы механики»

1. Все поступившие материалы проходят процесс технической экспертизы. Срок технической экспертизы 5 рабочих дней. Техническая экспертиза определяет соответствие представленных материалов темам научных направлений журнала. Далее определяется соответствие статьи по объёму и формату, предъявляемым журналом требованиям. Особенно следует обратить внимание на качество рисунков. В случае несоответствия указанным требованиям, автор (уполномоченный вести переписку с редакционной коллегией) об этом извещается с указанием причин отказа в рассмотрении данной работы. Рукописный вариант статьи не возвращается адресату.

2. Материалы, прошедшие техническую экспертизу, направляются члену редколлегии, ответственному за данное направление научных исследований. Он направляет её рецензенту, который рассматривает и рецензирует поступившую статью. При необходимости редакционная коллегия рекомендует специалистов для дополнительной полной и объективной рецензии поступивших материалов.

3. Срок научной рецензии – 10 рабочих дней. В исключительных случаях срок может быть увеличен.

4. Рецензент должен заполнить анкету, в которой кратко указать возможность публикации данных материалов или мотивированный отказ в публикации (анкета прилагается).

5. На заседании редакционной коллегии представляются полученные рецензии на поступившие материалы.

МУНДАРИЖА

К.С. Султанов. Ер ости қувурларининг сейсмик мустаҳкамлиги назарияларини қиёсий таҳлили.....	3
М.К. Усаров, Д.М. Усаров. Қалин сиқилувчан тўлдирувчи уч қатламли пластиналарнинг эгилиши ва тебранишлари.....	27
Ф.Ф. Адилов, Р.А. Абилов. Пластиклик назариясидаги интеграл тенгламаларнинг ечимга эканлиги ҳақида.....	40
Б.Э. Хусанов, Б.Б. Рихсиева. Эластик ва эластик-пластик муҳитларда бир ўлчамли цилиндрлик силжиш тўлқинлари.....	47
З.М. Маликов, Д.П. Наврузов. Турбулент моделларни ўққа нисбатан симметрик чўктирилган оқим масаласини ҳисоблашда таққослаш.....	58
И.К. Хўжаев, С.С. Ахмаджонов. Х.Х. Аминов. Газ қувури чизиқли қисми ҳақидаги масалани қисм охиридан ташқи муҳитга газ оқиб чиқиши ҳоли учун ечишга характеристикалар усулини қўллаш.....	65
З.М. Маликов, А.Т. Йулдашев, Д.А. Кулдошев, Б.З. Маликов. Пахта териш машинасининг пневматик транспорт тизими самарадорлигига пахтанинг масса концентрациясини таъсири.....	75
Р.Д. Матчанов, А.А. Ризаев, Р.Р. Худайкулиев. Пахта ҳосилини бир мартаба терими учун комбинациялашган машинанинг айрим кинематик параметрлари.....	82
А.З. Хасанов, З.А. Хасанов, Б. Курбанов, Н.А. Набиева, Б.Ж.Тошмукумов. Грунт қопламасини чегаравий юкламаси ва турғунлигини ҳисоблаш.....	91
Р.У. Кишанов. Ер ости қувурларининг сейсмик динамикаси масалаларида инерция кучи таъсирини баҳолаш.....	99
Хўжаев Исматулла Қўшаевич 70 ёшда.....	102
Муаллифларга.....	103

СОДЕРЖАНИЕ

К.С. Султанов. Сравнительный анализ теории сейсмостойкости подземных трубопроводов.....	3
М.К. Усаров, Д.М. Усаров. Изгиб и колебания трехслойных пластин с толстым сжимаемым заполнителем.....	27
Ф.Ф. Адиллов, Р.А. Абиров. О разрешимости интегрального уравнения в теории пластичности.....	40
Б.Э. Хусанов, Б.Б. Рихсиева. Одномерные цилиндрические сдвиговые волны в упругой и упругопластической среде.....	47
З.М. Маликов, Д.П. Наврузов. Сравнение турбулентных моделей для расчета осесимметричной затопленной струи.....	58
И.К. Хужаев, С.С. Ахмаджонов, Х.Х. Аминов. Применение метода характеристик для решения задачи об элементарном участке газопровода при истечении газа из его конца в окружающую среду	65
З.М. Маликов, А.Т. Йулдашев, Д.А. Кулдошев, Б.З. Маликов. Влияние массовой концентрации хлопка на эффективность пневмотранспортной системы хлопоуборочной машины.....	75
Р.Д. Матчанов, А.А. Ризаев, Р.Р. Худайкулиев. Некоторые кинематические параметры хлопоуборочной машины при разовом сборе хлопка.....	82
А.З. Хасанов, З.А. Хасанов, Б. Курбанов, Н.А. Набиева, Б.Ж. Тошмукумов. Расчёт устойчивости и предельной нагрузки грунтового полотна.....	91
Р.У. Кышанов. Оценка влияния силы инерции в задачах сейсродинамики подземных трубопроводов.....	99
К 70 – летию Хужаева Исматуллы Кушаевича.....	102
К авторам.....	103